高起点数学科目
题型分析

高达起点文理科题型都相同，包括如下表所示：

题型	题数	每题分值	总共分值
一、选择题	共 17 小题	5 分	85 分
二、填空题	共 4 小题	4 分	16 分
三、解答题	共 4 小题	12-13 分	39 分

数学科目总分为 150 分，其中单选题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分.填空题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。简答题共 4 小题，每小题 12-13 分，共 49 分。

历年来高起点的录取分数都是在 130 分左右，所以我们参考的学生只要三科总分达到 130 分以上，考过是没有问题的。数学一直是所有考生比较头疼的科目，基本参考的学员，数学基础都相对比较差，考试基本考蒙，甚至是不写,直接填完选择题就交卷。其实数学是可以零基础拿合适的分数的，首先，选择题按照概率一般是可以得 20-25 分左右。填空题至少有一题相对很简单，至少可以拿 4 分，解答题百分之 90 的人都是空白直接选择放弃，其实简单题能记住相关公式的话可以得个两三分，运气好甚至达到五六分。解答题是可以拿到 10 分以上的，综合来讲数学即使是零基础，跟着我们学习掌握好技巧至少也可以拿到 30-35 分左右。而且数学完全是可以拿到更高分的，接下来教大家如何零基础拿到高分，只要我们学员掌握以下考点数学我们最少能拿 50 分以上。

一、高起点数学科目单选题考情分析

我们知道，数学选择题总分是 85 分，17 个选项，如果我们随便选的话，按照概率我们最少可以拿 20-25 分，当然这种方法存在一点的不确定性，那么如何在选择题上拿高分呢?跟着老师来学。最少得 30 分以上。

首先我们看下第一个考点集合，由下表可知，集合每年都会考一到两个选择题，分值是 5-10 分，那么跟着老师来学习掌握以下知识，**你最少可以拿到 5 分**。

考点一：集合和简易逻辑

年份 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
选择题	10 分	10 分	10 分	5 分	5 分	5 分

1、集合的概念

（1）集合：一组对象的全体形成一个集合，或者说,某些指定的对象集在一起就形成一个集合,简称集。

（2）元素：集合中每个对象叫做这个集合的元素。

注意：①组成集合的可以是任何事物、东西等，

②一般用大括号表示集合且常用大写字母表示。

如集合 A=｛1、2、4｝

2、元素对于集合的隶属关系

（1）属于：如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 a∈A

（2）不属于：如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a \notin A$

注：1、“∈”的开口方向，不能把 a∈A 颠倒过来写

3、常用数集及记法

（1）非负整数集（自然数集）：全体非负整数的集合。记作 N（如：0、1、2、3、、、）

（2）正整数集：非负整数集内排除 0 的集合。记作 N*或 N+（如：1、2、3、4、、、、）

（3）整数集：全体整数的集合。记作 Z（如：-1、0、1、2）

（4）有理数集：全体有理数的集合。记作 Q， 整数和分数统称为有理数。

（5）实数集：全体实数的集合。记作 R，有理数和无理数统称为实数。

4、集合与集合间关系

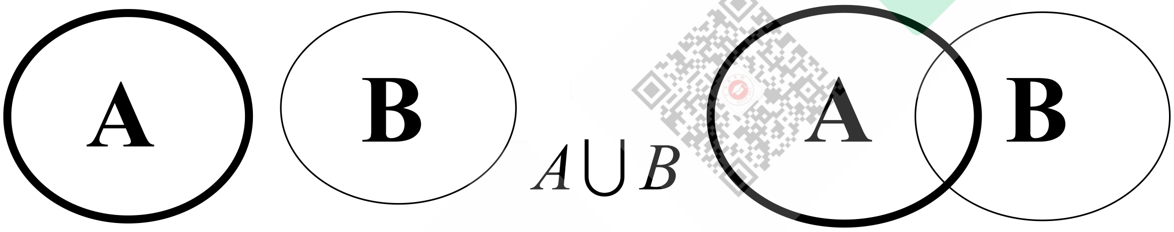
（1）子集：对两个集合 A、B，若集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的子集。记作 A ⊆ B（或 B⊇ A）,读作 A 包含于 B.（或 B 包含于 A）

（2）真子集：A 是 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 $A \subsetneqq B$

（3）子集和真子集的性质

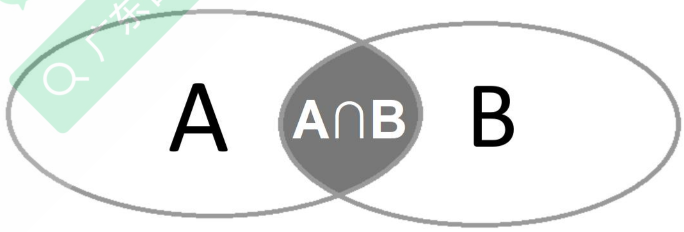
$A\subseteq A$, $\Phi \subseteq A$. 若 $A\subseteq B$, $B\subseteq C$, 则 $A\subseteq C$； 若 $A\subsetneqq B$, $B\subsetneqq C$, 则 $A\subsetneqq C$ 。

5、定义:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合,称为集合 A 与 B 的**并集**,记作 $A\bigcup B$,读作“A 并 B”



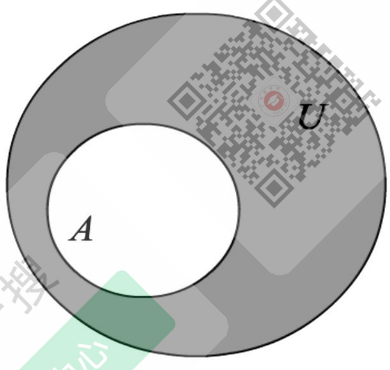
$$A\bigcup B=\{x\mid x\in A, 或\ x\in B\}$$

6、定义:由属于 A 且属于 B 的所有元素组成的集合,就称为 A 与 B 的**交集**,记作 $A\bigcap B$,读作“A 交 B”



$$A\bigcap B=\{x\mid x\in A 且 x\in B\}$$

7、**补集**一般指绝对补集，即一般地，设 U 是一个集合，A 是 U 的一个子集，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做子集 A 在 U 中的绝对补集（简称补集或余集）



$\complement_U A$

8、简易逻辑

命题:可以判断真假的语句叫做命题。语句是真的，叫真命题，语句是假的，叫假命题。

任何一个数学命题都有条件和结论两部分，如果把条件和结论分别用 A、B 表示，那么命题可以写成“如果 A 成立，那么 B 成立”，或简写成“若 A，则 B”。

如果 A 成立，那么 B 成立,即 A$\Rightarrow$B，这时我们说条件 A 是条件 B 成立的充分条件。

如果 B 成立，那么 A 成立,即 A$\Leftarrow$B，这时我们说条件 A 是条件 B 成立的必要条件。

如果 A 既是 B 成立的充分条件，又是 B 成立的必要条件，即既有 A$\Rightarrow$B，又有 B$\Rightarrow$A,这时我们说条件 A 是 B 成立的充分必要条件，简称充要条件。

以下是我们历年考试的真题，我们可以进行练习下，掌握上面的知识，下面的真题基本都能做对，那么你这 5 分就拿到了。

历年真题 1：设集合$M=\{x|-1\le x<2\}, N=\{x|x\le 1\}$,则集合$M\cap N=($　　$)$

$A.\{x|-1\le x\le 1\}$,

$B.\{x|x>-1\}$,

$C.\{x|1\le x\le 2\}$,

$D.\{x|x>1\}$

历年真题 2：

若a、b、c为实数，且$a\ne 0$,

设甲：$b^2-4ac\ge 0$,

乙：$ax^2+bx+c=0$有实数根，则(　　)

$A.$甲既不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

$B.$甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

$C.$甲是乙的充分必要条件

$D.$甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

历年真题 3：

设集合 M={2,5,8}，N={6,8}，则 $M\cup N=($　　$)$

A. {2，5，6}，

B. {8}，

C. {6}，

D. {2,5,6,8}

历年真题 4：

设甲：函数 y=kx+b 的图像过点（1,1）

乙：k+b=1，则(　　)

A.甲是乙的充分必要条件

B.甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

C.甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

D.甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

历年真题 5：

设集合 A={0,1}，B={0,1,2}，则 $A \cap B =$(　　)

A. {1，2}

B. {0，2}

C. {0，1}

D. {0，1，2}

历年真题 6：

若甲：$x>1$；乙：$e^x>1$，则(　　)

A.　甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

B.　甲是乙的充分必要条件

C.　甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

D.　甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

历年真题 7：

设集合 M={1,2,3,4,5}，N={2，4，6}，则 $M \cap N =$(　　)

A. {2，4}

B. {2,4,6}

C. {1,3,5}

D. {1,2,3,4,5,6}

历年真题 8：

已知集合 A={2,4,8}，B={2,4,6,8}，则 $A \cup B =$(　　)

A. {2,4,6,8}

B. {2,4}

C. {2,4,8}

D. {6}

答案：

1、A.

2、C.

解析：若$ax^2+bx+c=0$有实数根，则$\Delta=b^2-4ac\geq 0$,反之，亦成立。

3、D

解析：$M\cup N=\{2,5,8\}\cup\{6,8\}=\{2,5,6,8\}$

4、A

解析：

函数$y=kx+b$的图像经过点（1,1）$\Rightarrow k+b=1$.

$k+b=1$,当$x=1$时，$y=k+b=1$,即函数$y=kx+b$的图像经过点（1,1），故甲是乙的充分必 要条件。

5、C

解析：$A\cap B=\{0,1\}\cap\{0,1,2\}=\{0,1\}$

6、D.

解析：$x>1\Rightarrow e^x>e>1$,而$e^x>1\Rightarrow x>0\neq x>1$,故甲是乙的充分条件，但不是必要条件。

7、A

解析：$M\cap N=\{2,4\}$

8、A

解析：$A\cup B=\{2,4,8\}\cup\{2,4,6,8\}=\{2,4,6,8\}$.

接下来，我们看下第二个考点：不等式，不等式这个考点，我们看下表格的分值分析，选择题每年最少 5 分，那么我们只要掌握一下知识点，**我们最少可以拿 5 分**。

考点二：不等式和不等式组

年份 / 题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	10 分	5 分	5 分	5 分	5 分	10 分

1、不等式

一般地，用符号“<”或“>”表示大小关系的式子，叫做不等式。像$a+2\neq a-2$这样用符号“≠”表示不等关系的式子也是不等式。

一般地，一个含有未知数的不等式的所有的解组成这个不等式的解集。求不等式的解集的过程叫解不等式。

2、不等式性质

如果 a>b，那么 b<a；如果 a<b，那么 b>a；

如果 a>b，b>c，那么 a>c；

如果 a>b，那么 a+c>b+c；

如果 a>b，c>0，那么 ac>bc；如果 a>b，c<0，那么 ac<bc；

如果 a>b，c>d；那么 a+c>b+d；

如果 a>b>0，c>d>0，那么 ac>bd；

如果 a>b，ab>0，则$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$；

如果 a>b>0，那么$a^n>b^n\left(n\in N,n>1\right)$；

如果 a>b>0，那么$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}\left(n\in N,n>1\right)$；

$|a+b|\leq|a|+|b|\left(a,b\in R,\text{且当}a,b\text{同号时取等号}\right)$。

3. 一元一次不等式

定义：只有一个未知数，并且未知数的最高次数是一次的不等式，叫一元一次不等式。

解不等式步骤：

（1）去分母：不等式两边同时乘以分母的最小公倍数；

（2）去括号：注意括号前的符号，若为负要变号；

（3）移项 ：移项要变号，不等号方向不发生改变；

（4）合并同类项：找同类项；

（5）系数化为一：不等号两边同时乘以未知数系数的倒数；

4.一元一次不等式组

定义：由几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组

解法：求出每个一元一次不等式的值，最后求这几个一元一次不等式的**交集**（公共部分）。

①$\begin{cases} x>5 \\ x>3 \end{cases}$ 解为{x|x>5 } **同大取大**　　②$\begin{cases} x<5 \\ x<3 \end{cases}$ 解为{x|x<3 } **同小取小**

③$\begin{cases} x>5 \\ x<3 \end{cases}$ 解为 Ø **大于大的小于小的，取空集**

④$\begin{cases} x<5 \\ x>3 \end{cases}$ 解为{x|3 <x<5 }**大于小的小于大的，取中间**

5：含有绝对值的不等式

（1）定义：含有绝对值符号的不等式，如：|x|<a，|x|>a 型不等式及其解法。

（2）简单绝对值不等式的解法：

|x|>a 的解集是{x|x>a 或 x<-a}，**大于取两边，大于大的小于小的。**

|x|<a 的解集是{x|-a<x<a}，**小于取中间；**

（3）复杂绝对值不等式的解法：

|ax+b|>c 相当于解不等式 ax+b>c 或 ax+b<-c，解法同一元一次不等式一样。

|ax+b|<c，相当于解不等式-c<ax+b<c,不等式三边同时减去 b，再同时除以 a

（注意，当 a<0 的时候，不等号要改变方向）；

解析：主要搞清楚取中间还是取两边，取中间是连起来的，取两边有“或”

6：一元二次不等式

定义：含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式，叫做一元二次不等式。

如：$ax^2+bx+c>0$ 与 $ax^2+bx+c<0$（$a \neq 0$）

解法：求 $ax^2+bx+c>0$ **（a>0 为例）**

步骤：（1）先令 $ax^2+bx+c=0$，求出 x（三种方法：求根公式、十字相乘法、配方法）

推荐求根公式法：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

（2）求出 x 之后，**大于取两边，大于大的小于小的；小于取中间**，即可求出答案。

注意：当 a<0 时必须要不等式两边同乘-1，使得 a>0，然后用上面的步骤来解。

以下是我们的历年真题，我们可以进行练习下，不等式其实很简单，掌握上面的知识点，下面的题目基本都会做，**那么你又拿到 5 分了**。

历年真题 1：不等式$|x-3|>2$的解集是（ ）

$A.\{x|x>5或x<1\}$

$B.\{x|x<1\}$

$C.\{x|1<x<5\}$

$D.\{x|x>5\}$

历年真题 2：若$0<\lg a<\lg b<2$,则（ ）

$A.1<b<a<100$

$B.0<a<b<1$

$C.1<a<b<100$

$D.0<b<a<1$

历年真题 3：下列不等式成立的是（ ）

$A.\log_2 5>\log_2 3$

$B.\left(\frac{1}{2}\right)^5>\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$C.5^{-\frac{1}{2}}>3^{-\frac{1}{2}}$

$D.\log_{\frac{1}{2}} 5>\log_{\frac{1}{2}} 3$

历年真题 4：不等式$|2x-3|\le 1$的解集为（ ）

$A.\{x|1\le x\le 2\}$

$B.\{x|x\le -1或x\ge 2\}$

$C.\{x|1\le x\le 3\}$

$D.\{x|2\le x\le 3\}$

历年真题 5：设 a, b, c 为实数，且 a>b, 则（ ）

$A.a-c>b-c$

$B.|a|>|b|$

$C.a^2>b^2$

$D.ac>bc$

历年真题6： 不等式$x^2-2x<0$的解集为（ ）

A. {x|x<0 或 x>2}

B. {x|-2<x<0}

C. {x|0<x<2}

D. {x|x<-2 或 x>0}

答案：

1、A

解析：$|x-3|>2\Rightarrow x-3>2或x-3<-2\Rightarrow x>5或x<1.$

2、C

解析：$\lg x函数为单调递增函数.0=\lg 1<\lg a<\lg b<\lg 100=2.则1<a<b<100.$

3、A

解析：由对数函数图像的性质可知。

4、A

解析：$|2x-3|\le 1\Rightarrow -1\le 2x-3\le 1\Rightarrow 2\le 2x\le 4\Rightarrow 1\le x\le 2.$

5、A

解析：$\because a>b,则a-c>b-c$

6、C

解析：$x^2-2x<0\Rightarrow x(x-2)<0\Rightarrow 0<x<2,故解集为\{x|0<x<2\}$

下面是我们的第三个考点，也是比较重要的考点：函数，函数一直是我们比较头疼，这个考点每年最少有 4 个以上的选择题，分值在 20-30 分之间，但是难度也相对较大，很多考生基本都拿不到分，但是不用担心，跟着我们进行学习，只要掌握以下的考点，最少能够拿到一半以上的分数，我们按最少的算，**最少可得 10 分**。

考点三：函 数

年份 / 题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	25 分	30 分	30 分	20 分	25 分	30 分

函数的定义：

一般的在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y，并且对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量，y 是 x 的函数。

函数的定义域和值域：

自变量 x 的取值范围，叫作函数的定义域。和 x 的值相对应 y 的值，叫函数值，函数值的集合，叫函数的值域。

1、$\begin{matrix} y=kx+b \\ y=ax^2+bx+c \end{matrix}$ 一般形式的定义域：x∈R

2、$y=\dfrac{k}{x}$ 分式形式的定义域：x≠0（**分母不为零**）

3、$y=\sqrt{x}$ 根式的形式定义域：x≥0（**偶次根号里不为负**）

4、$y=\log_a x$ 对数形式的定义域：x＞0（**对数的真数大于零**）

解析：考试时一般会求结合两种形式的定义域，分开最后求交集（公共部分）即可

函数的奇偶性：

1、函数奇偶性判别：

（1）奇函数 $\Leftrightarrow f(-x)=-f(x)$

（2）偶函数 $\Leftrightarrow f(-x)=f(x)$

（3）非奇非偶函数

2、常见的奇偶函数

（1）奇函数：$y=x^n(n为奇数)$，$y=\sin x$，$y=\tan x$

（2）偶函数：$y=x^n(n为偶数)$，$y=\cos x$，$y=|x|$

（3）非奇非偶函数：$y=a^x$，$y=\log_a x$

3、奇偶性运算

① 奇+C=非奇非偶	② 偶+C=偶
③ 奇+奇=奇	④ 偶+偶=偶
⑤ 奇+偶=非奇非偶	⑥ 奇*奇=偶
⑦ 偶*偶=偶	⑧ 奇*偶=奇

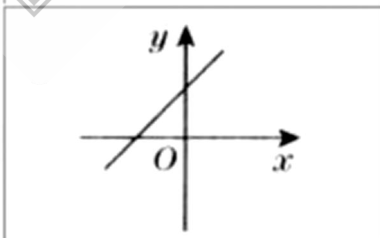
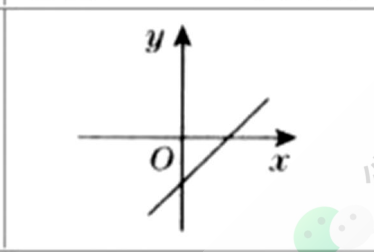
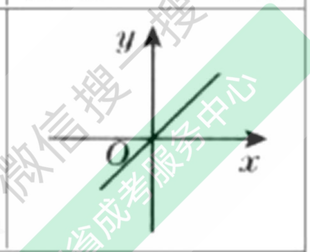
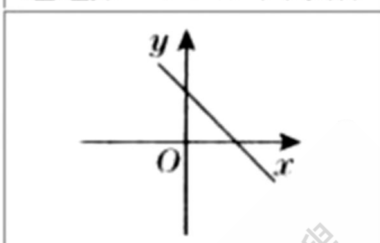
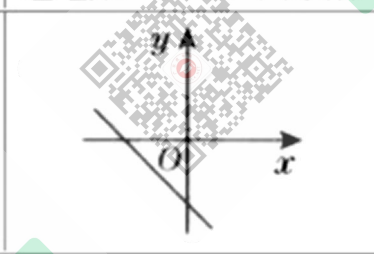
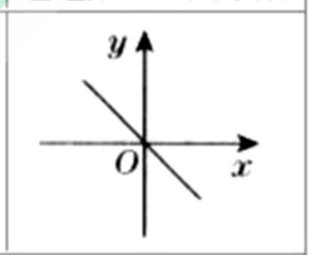
一次函数的表达式:

$y = kx + b(k \neq 0, b$为任意实数。)

特殊的：当$b = 0$时，$y = kx$为正比例函数。正比例函数是特殊的一次函数.

根据几何知识：经过两点能画出一条直线，并且只能画出一条直线，即两点确定一条直线，所以画一次函数的图像时，只要先描出两点，再连成直线即可。

一般情况下：先选取它与两坐标的交点：（0，b），$(-\frac{b}{k},0)$，即横坐标或纵坐标为 0 的点。

	b>0	b<0	b=0
k>0	经过第一、二、三象限	经过第一、三、四象限	经过第一、三象限
			
	图象从左到右上升，y 随 x 的增大而增大		
k<0	经过第一、二、四象限	经过第二、三、四象限	经过第二、四象限
			
	图像从左到右下降，y 随 x 的增大而减小		

二次函数的概念：

形如 y=ax²+bx+c(a,b,c 是常数，a≠0)的函数叫做 x 的二次函数

ax² 叫做二次项，a 为二次项系数，bx 叫做一次项，b 为一次项系数，c 为常数项。

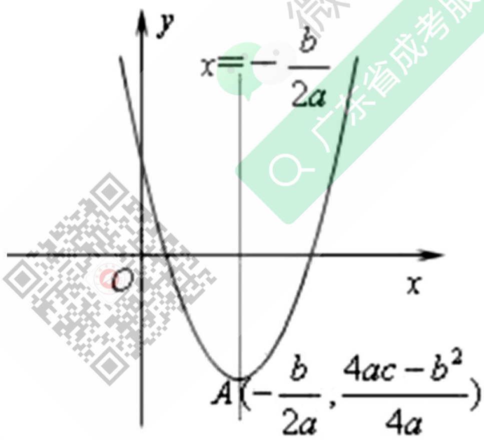
二次函数的特殊形式：

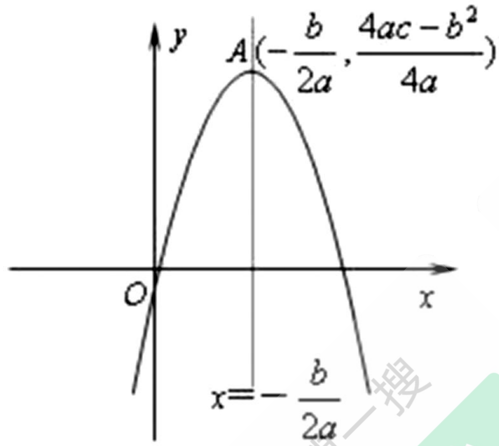
当 b＝0 时，　$y=ax^2+c$

当 c＝0 时，　$y=ax^2+bx$

当 b＝0，c＝0 时，　$y=ax^2$

图像：



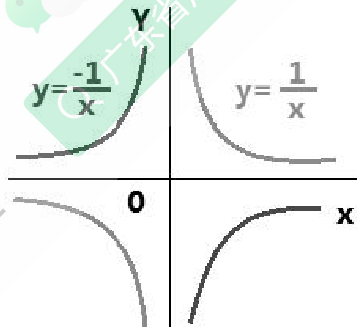


1、当 a>0 时， 图像为开口向上的抛物线，顶点坐标为（$-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}$），对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$，有最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$，（$-\infty$，$-\frac{b}{2a}$]为单调递减区间，[$-\frac{b}{2a}$，$+\infty$)为单调递增区间；

2、当 a<0 时， 图像为开口向下的抛物线，顶点坐标为（$-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}$），对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$，有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$，[$-\frac{b}{2a}$，$+\infty$)为单调递减区间，（$-\infty$，$-\frac{b}{2a}$]为单调递增区间；

3、韦达定理： $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

反比例函数：



定义：$y=\frac{k}{x}$ 叫做反比例函数

1、定义域：$x\neq 0$

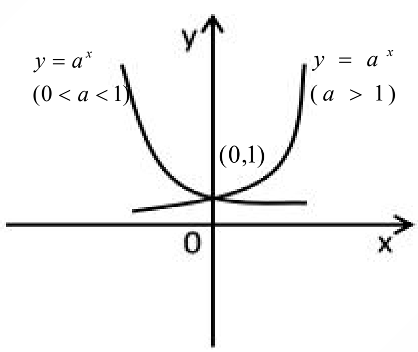
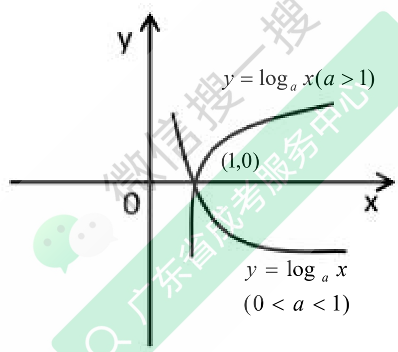
2、是奇函数

3、当 k>0 时，函数在区间（-∞，0）与区间（0，+∞）内是减函数

当 k<0 时，函数在区间（-∞，0）与区间（0，+∞）内是增函数

指数函数和对数函数：

$y=a^x(a>0,a\neq 1)$ 叫指数函数。$y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$ 叫对数函数。

<table>
<tr><th>名称</th><th>指数函数</th><th>对数函数</th></tr>
<tr><td>一般形式</td><td>$y=a^x(a>0,a\neq 1)$</td><td>$y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$</td></tr>
<tr><td>定义域</td><td>$(-\infty,+\infty)$</td><td>$(0,+\infty)$</td></tr>
<tr><td>值域</td><td>$(0,+\infty)$</td><td>$(-\infty,+\infty)$</td></tr>
<tr><td>过定点</td><td>$a^0=1$(图像过(0,1)点)</td><td>$\log_a 1=0$(图像过(1,0)点)</td></tr>
<tr><td>图像</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>单调性</td><td>$a>1$时，a^x是增函数
$0<a<1$时，a^x是减函数</td><td>$a>1$时，$\log_a x$是增函数
$0<a<1$时，$\log_a x$是减函数</td></tr>
</table>

历年真题1. 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}$的定义域为（ ）

A、$\{x|x\geq 0\}$

B、$\{x|x\geq 1\}$

C、$\{x|0\leq x\leq 1\}$

D、$\{x|x\leq 0或x\geq 1\}$

历年真题2. 函数 $y=6\sin x\cos x$的最大值为（ ）

$A.1$

$B.2$

$C.6$

$D.3$

历年真题3. 函数$y=\dfrac{1}{x}$是( )

$A.$奇函数，且在$(0,+\infty)$单调递增；$B.$偶函数，且在$(0,+\infty)$单调递减；

$C.$奇函数，且在$(-\infty,0)$单调递减；$D.$偶函数，且在$(-\infty,0)$单调递增。

历年真题4. 函数$y=2^x$的图像与直线 $x+3=0$的交点坐标为（ ）

A、$\left(-3,-\dfrac{1}{6}\right)$

B、$\left(-3,\dfrac{1}{8}\right)$

C、$\left(-3,\dfrac{1}{6}\right)$

D、$\left(-3,-\dfrac{1}{8}\right)$

历年真题5. 下列函数中，为偶函数 的是( )

$A.y=\log_2 x$

$B.y=x^2$

$C.y=\dfrac{4}{x}$

$D.y=x^2+x$

历年真题6. 下列函数中，函数值恒 为负值的是（ ）

$A.y=x$

$B.y=-x^2-1$

$C.y=x^3$

$D.y=-x^2+1$

历年真题7. 函数$y=\ln(x-1)^2+\frac{1}{x-1}$的定义域为( )

$A.\{x|x<-1或x>1\}$

$B.\{x|x<1或x>1\}$

$C.\{x|-1<x<1\}$

$D.R$

历年真题8. 函数$y=\sqrt{x^2+9}$的值域为 ( )

$A.R$

$B.[3,+\infty)$

$C.[0,+\infty)$

$D.[9,+\infty)$

历年真题9. 设函数 $y=\frac{k}{x}$的图像经过点（ 2,-2），则 $k=($)

$A.-4$

$B.4$

$C.1$

$D.-1$

历年真题10. 下列函数在各自定义域 中为增函数的是 ( )

$A.y=1+2^x$

$B.y=1-x$

$C.y=1+x^2$

$D.y=1+2^{-x}$

历年真题11. 设二次函数 $y=ax^2+bx+c$的图图像经过 $(-1,2)$和$(3,2)$, 则则其对称轴的方程为( )

$A.x=-1$

$B.x=3$

$C.x=2$

$D.x=1$

历年真题12. 设$f(x)$为偶函数，若 $f(-2)=3$,则$f(2)=($)

$A.6$

$B.-3$

$C.0$

$D.3$

历年真题13. 已知一次函数 $y=2x+b$的图像经过点 $(-2,1)$, 则该图像也经过点 （ ）

$A.(1,7)$

$B.(1,-3)$

$C.(1,5)$

$D.(1.-1)$

历年真题14. 二次函数 $y=x^2+x-2$的图像与 x轴的交点坐标为（）

$A.(2,0)$和$(1,0)$

$B.(-2,0)$和$(1,0)$

$C.(2,0)$和$(-1,0)$

$D.(-2,0)$和$(-1,0)$

历年真题15. 函数$y=\dfrac{1}{x-5}$的定义域为（）

$A.(5,+\infty)$

$B.(-\infty,5)$

$C.(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$

$D.(-\infty,+\infty)$

历年真题16. 下列函数为奇函数的是（）

$A.y=x^2$

$B.y=\log_2 x$

$C.y=3^x$

$D.y=\sin x$

历年真题17. 设函数$f(x)=\dfrac{x+1}{x}$,则$f(x-1)=$()

$A.\dfrac{1}{x+1}$

$B.\dfrac{x}{x+1}$

$C.\dfrac{1}{x-1}$

$D.\dfrac{x}{x-1}$

历年真题18. 在下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$为增函数的是（）

$A.y=x^{-1}$

$B.y=x^2$

$C.y=\sin x$

$D.y=3^{-x}$

答案：

1、D

解析：$x(x-1)\geq 0$时，原函数有意义，即 $x\geq 1$或$x\leq 0$.

2、D

解析：$y=6\sin x\cos x=3\sin 2x$,当$\sin 2x=1$时，y取最大值 3.

3、C

解析：$f(-x)=-\frac{1}{x}=-f(x), f'(x)=-\frac{1}{x^2}$,当$x<0$或$x>0$时$f(x)<0$,故$y=\frac{1}{x}$是奇函数，且在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$上单调递减。

4、B

解析：$x+3=0, x=-3, y=2^{-3}=\frac{1}{8}$,则函数 $y=2^x$与直线 $x+3=0$的交点坐标为 $\left(-3,\frac{1}{8}\right)$

5、B

解析：A项,$\log_2 x\neq\log_2(-x)$,故A项不是偶函数;C项,$\frac{4}{x}\neq\frac{4}{-x}$,故$C$项也不是偶函数； D项，$x^2+x\neq(-x)^2-x$,故D项也不是偶函数；而 B项中$x^2=(-x)^2$,故B项是偶函数。

6、B

解析：A项， $x>0$时， $y>0$; B项，无论x取何值，$-x^2\leq 0$,故$y=-x^2-1\leq -1$; C项， $x>0$时，$y>0$; D项，当 $-1<x<1$时， $y=-x^2+1>0$.

7、B

若想函数$y=\ln(x-1)^2+\frac{1}{x-1}$有意义，须满足 $(x-1)^2>0$且$x-1\neq 0\Rightarrow x\neq 1$,即函数的定义域为$\{x|x<1$或$x>1\}$.

8、B

解析：因为对任意的 x都有$x^2+9\geq 9$,即$y=\sqrt{x^2+9}\geq\sqrt{9}=3$，则函数 $y=\sqrt{x^2+9}$的值域为$[3,+\infty)$。

9、A

因为函数$y=\frac{k}{x}$的图像经过点$(2,-2)$，所以，$-2=\frac{k}{2}, k=-4$.

10、A

解析：有指数函数图像的性质可知，A 项为增函数。

11、D

解析：由题意知，$\begin{cases}a-b+c=2\\9a+3b+c=2\end{cases}\Rightarrow b=-2a$，则二次函数$y=ax^2+bx+c$的对称轴方程为

$x=-\dfrac{b}{2a}=1.$

12、D

解析：因为 f(x)为偶函数，所以 f（2）=f(-2)=3

13、A

解析：因为一次函数 $y=2x+b$的图像过点（ $-2,1$），所以$1=2\times(-2)+b,b=5$，即$y=2x+5$，
结合选项，当$x=1$时，$y=7.$

14、B

解析：由题意可知，当 $y=0$时，由$x^2+x-2=0$，得$x=-2$或$x=1$.即二次函数$y=x^2+x-2$的图像与x轴坐标的交点坐标为（ $-2,0$），（$1,0$）

15、C

解析：当$x-5\neq 0$时，$y=\dfrac{1}{x-5}$有意义，即$x\neq 5.$

16、D

解析：$f(x)=\sin x=-\sin(-x)=-f(-x)$，所以$y=\sin x$为奇函数。

17、D

解析：$f(x)=\dfrac{x+1}{x}$，则$f(x-1)=\dfrac{x-1+1}{x-1}=\dfrac{x}{x-1}.$

18、B

解析：A、D两项在$(0,+\infty)$上为减函数，C项在$(0,+\infty)$上不是单调函数

考点四：对数和指数

题型 \ 年份	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	5 分	0 分	5 分	5 分	5 分	0 分

对数和指数的换算，每年基本会来考一个选择题，会结合对数函数和指数函数一起来考查。相对来讲。难度不大，只要掌握以下公式，这 5 分基本没有问题。

有理指数幂：

1、$a^n = a \times a \times a \cdots a$ 表示 n 个 a 相乘

2、$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

3、$a^0 = 1$

4、$a^1 = a$

5、$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

6、$a^{-\frac{m}{n}} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^{\frac{m}{n}}$ 先将底数变成倒数去负号 例：$\left(\dfrac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\dfrac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \left[\left(\dfrac{4}{3}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{16}{9}$

幂的运算法则：

1、$a^x \times a^y = a^{x+y}$（同底数指数幂相乘，指数相加）

2、$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$（同底数指数幂相除，指数相减）

3、$(a^x)^y = a^{xy}$

4. $(ab)^x = a^x b^x$

5. $(\dfrac{a}{b})^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

解析：重点掌握同底数指数幂相乘和相除，用于等比数列化简。

对数：

1、定义：如果$a^b=N$（a>0 且$a\neq 1$），那么 b 叫做以 a 为底的 N 的对数，记作$\log_a N=b$（N>0），这里 a 叫做底数，N 叫做真数。特别地，以 10 为底的对数叫做常用对数，通常记$\log_{10}N$为$\lg N$；以 e 为底的对数叫做自然对数，e≈2.7182818，通常记作$\ln N$。

2、两个恒等式： $a^{\log_a N}=N$，　　$\log_a a^b=b$

3、几个性质：

- $\log_a N=b$，N>0，**零和负数没有对数**
- $\log_a a=1$，当底数和真数相同时等于 1
- $\log_a 1=0$，当真数等于 1 的对数等于 0

对数的运算法则：

1. $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$
2. $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$
3. $\log_a M^n=n\log_a M$（真数的次数 n 可以移到前面来）
4. $\log_{a^n} M=\frac{1}{n}\log_a M$（底数的次数 n 变成 $\frac{1}{n}$ 可以移到前面来）
5. $\log_{N^a} M^b=\frac{b}{a}\log_N M$

历年真题1.若$\lg 5=m$,则$\lg 2=$( )

$A.5m$

$B.1-m$

$C.2m$

$D.m+1$

历年真题2.$64^{\frac{2}{3}}+\log_{\frac{1}{9}}81=$( )

$A.8$

$B.14$

$C.12$

$D.10$

历年真题3.$\log_5 10 - \log_5 2 =$（）

$A.8$

$B.0$

$C.1$

$D.5$

答案：

1、B

解析：$\lg 2 = \lg\frac{10}{5} = 1 - \lg 5 = 1 - m.$

2、B

解析:$64^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}} 81 = \left(2^6\right)^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = 2^{6\times\frac{2}{3}} - 2 = 16 - 2 = 14.$

3、C

解析：$\log_5 10 - \log_5 2 = \log_5\frac{10}{2} = 1.$

考点五：数列

年份 / 题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	5 分	5 分	5 分	5 分	5 分	0 分

数列在选择题中，基本也是每年大概考一题左右，主要考察的是关于等差和等比数列的公式的基本运算，所以在做数列选择题的时候，最主要的是把通项公式和求前 n 项和公式记住，公式记住了，才加以运算，这 **5 分**也是没有问题的。

通项公式与前 n 项和：

1、通项公式：如果一个数列｛a_n｝**的第 n 项** a_n 与项数 n 之间的函数关系可以用一个公式来表示，这个公式就叫做这个数列的通项公式。**知道一个数列的通项公式，就可以求出这个数列的各项。**

2、S_n 表示前 n 项之和，即 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_n$，他们有以下关系：$\begin{cases} a_1 = S_1 \\ a_n = S_n - S_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

备注：

这个公式主要用来在不知道是什么数列的情况下求 a_n**，如果满足** $a_n - a_{n-1} = d$ **则是等差数列，如果满足** $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$ **则是等比数列。**

等差数列与等比数列：

名称	等差数列	等比数列
定义	从第二项开始，每一项与它前一项的差等于同一个常数，叫做等差数列，常数叫公差，用 d 表示。$a_n - a_{n-1} = d$	从第二项开始，每一项与它前一项的比等于同一个常数，叫做等比数列，常数叫公比，用 q 表示。$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$
通项公式	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_n = a_m + (n-m)d \ (n > m)$	$a_n = a_1 q^{n-1}$ $a_n = a_m q^{n-m} \ (n > m)$
前 n 项和公式	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$	$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} (q \neq 1)$
中项	如果 a，A.b 成差数列，那么 A 叫做 a 与 b 的等差中项，且有 $A = \frac{a+b}{2}$	如果 a，G,b 成比数列，那么 G 叫做 a 与 b 的等比中项，且有 $G = \pm\sqrt{ab}$
性质	在等差数列中若 $m + n = p + q$，则有 $a_m + a_n = a_p + a_q$	在等比数列中若 $m + n = p + q$，则有 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

历年真题1. 在等比数列 $\{a_n\}$中，若 $a_3a_4=10$,则$a_1a_6+a_2a_5=$( )

$A.100$ $B.40$

$C.10$ $D.20$

历年真题2. 在等差数列 $\{a_n\}$中，若 $a_1=2,a_3=6$,则$a_7=$( )

$A.10$ $B.12$

$C.14$ $D.8$

历年真题3. 若等比数列 $\{a_n\}$的公比为 3，$a_4=9$,则$a_1=$( ).

$A.27$ $B.\frac{1}{9}$

$C.\frac{1}{3}$ $D.3$

历年真题4. 在等差数列 $\{a_n\}$中，$a_1=1$,公差 $d\neq 0$，a_2,a_3,a_6成等比数列，则 $d=$( )

$A.1$ $B.-1$

$C.-2$ $D.2$

答案：

1、D

解析：$a_3a_4=a_1q^2\bullet a_1q^3=a_1^2q^5=10,a_1a_6=a_1^2q^5$,

$a_2a_5=a_1q\bullet a_2q^4=a_1^2q^5$，$a_1a_6+a_2a_5=2a_3a_4=20.$

2、C

解析：因为$\{a_n\}$是等差数列，设公差为d,则$a_3=a_1+2d\Rightarrow 2+2d=6\Rightarrow d=2.$

所以$a_7=a_1+6d=2+6\times 2=14$

3、C

解析：由题意知，$q=3,a_4=a_1q^3$,即$3^3a_1=9$，$a_1=\frac{1}{3}.$

4、C

解析:$\{a_n\}$为等差数列，$a_1=1$,则$a_2=1+d,a_3=1+2d,a_6=1+5d$,又因$a_2,a_3,a_6$成等比数列，

则$a_3^2=a_2a_6$,即 $(1+2d)^2=(1+d)(1+5d)$,解得$d=0$(舍去)或$d=-2$.

考点六：三角函数及其相关概念

年份 题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	5 分	10 分	5 分	5 分	10 分	0 分

三角函数和数列有点类似，在选择题考点中，每年考大概一至两题，考察的方式也是关于三角函数公式的基本运算，以及正弦和余弦的相互转换。同理，掌握以下公式，这 **5 分**也是不在话下。

角的有关概念

1. 逆时针旋转得到角为正角，顺时针旋转得到的角为负角，不旋转得到角为零角。
2. 终边相同的角：{ ｜β =k • 360+ α ， k 属于 Z}

判断两角 α，β 是否为终边相同的角的方法：

$k=\dfrac{\alpha-\beta}{360^{\circ}}$（若 k 为整数则 α，β 为终边相同的角，否则不是）

3. 象限角：在平面直角坐标系内，角的终边落在哪个象限就叫哪个象限的角

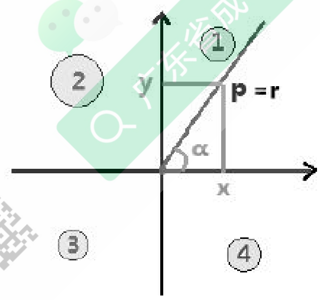
角的度量：

$180^{\circ}=\pi$ $360^{\circ}=2\pi$ $1^{\circ}=\dfrac{\pi}{180}$

角度和弧度的转换：$120^{\circ}=120\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{2\pi}{3}$ $\dfrac{5\pi}{6}=\dfrac{5\times180^{\circ}}{6}=150^{\circ}$（将 π 换成 180°）

任意角的三角函数：

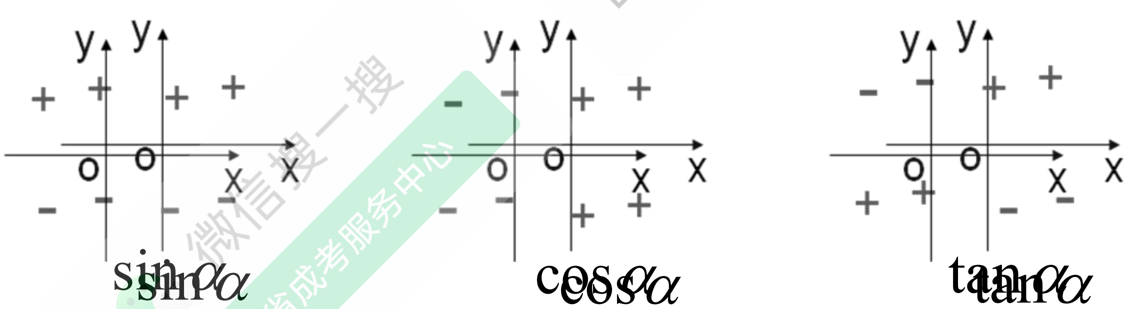
1、定义：在平面直角坐标系中，设 P（x，y）是角 α 的终边上的任意一点，且原点到该点的距离为 r（$r=\sqrt{x^2+y^2},r>0$），



$$\sin a=\frac{对边}{斜边}=\frac{y}{r},\cos a=\frac{邻边}{斜边}=\frac{x}{r}$$

$$\tan a=\frac{对边}{邻边}=\frac{y}{x},\cot a=\frac{邻边}{对边}=\frac{x}{y}$$

2、任意角的三角函数在各象限的符号



特殊角的三角函数值

α	角度制	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
	弧度制	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

同角三角函数关系式：

平方关系是：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

倒数关系是：$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$

商数关系是：$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，$\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$。

诱导公式（奇变偶不变，符号看象限）：

$\sin(90^0+a)=\cos a$	$\cos(90^0+a)=-\sin a$	$\tan(90^0+a)=-\cot a$	$\cot(90^0+a)=-\tan a$
$\sin(90^0-a)=\cos a$	$\cos(90^0-a)=\sin a$	$\tan(90^0-a)=\cot a$	$\cot(90^0-a)=\tan a$
$\sin(270^0-a)=-\cos a$	$\cos(270^0-a)=-\sin a$	$\tan(270^0-a)=\cot a$	$\cot(270^0-a)=\tan a$
$\sin(270^0+a)=-\cos a$	$\cos(270^0+a)=\sin a$	$\tan(270^0+a)=-\cot a$	$\cot(270^0+a)=-\tan a$
$\sin(180^0+a)=-\sin a$	$\cos(180^0+a)=-\cos a$	$\tan(180^0+a)=\tan a$	$\cot(180^0+a)=\cot a$
$\sin(180^0-a)=\sin a$	$\cos(180^0-a)=-\cos a$	$\tan(180^0-a)=-\tan a$	$\cot(180^0-a)=-\cot a$
$\sin(360^0-a)=-\sin a$	$\cos(360^0-a)=\cos a$	$\tan(360^0-a)=-\tan a$	$\cot(360^0-a)=-\cot a$
$\sin(360^0+a)=\sin a$	$\cos(360^0+a)=\cos a$	$\tan(360^0+a)=\tan a$	$\cot(360^0+a)=\cot a$
$\sin(-a)=-\sin a$	$\cos(-a)=\cos a$	$\tan(-a)=-\tan a$	$\cot(-a)=-\cot a$

语文、数学、英语

会用诱导公式用于求120^0、135^0、150^0三角函数值

例如：$\sin 120^0=\sin(180^0-60^0)=\sin 60^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 120^0=\cos(180^0-60^0)=-\cos 60^0=-\frac{1}{2}$

$\sin 135^0=\sin(180^0-45^0)=\sin 45^0=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 135^0=\cos(180^0-45^0)=-\cos 45^0=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 150^0=\sin(180^0-30^0)=\sin 30^0=\frac{1}{2}$, $\cos 150^0=\cos(180^0-30^0)=-\cos 30^0=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

两角和、差，倍角公式：

1、两角和、差：$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\bullet\tan\beta}$$

$$\tan\alpha\pm\tan\beta=\tan(\alpha\pm\beta)(1\mp\tan\alpha\bullet\tan\beta)$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

用两角和、差公式用于求$15^0,75^0,135^0$三角函数值

例如：

$$\sin 75^0=\sin(45^0+30^0)=\sin 45^0\cos 30^0+\cos 45^0\sin 30^0=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^0=\cos(45^0+30^0)=\cos 45^0\cos 30^0-\sin 45^0\sin 30^0=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$15^0=45^0-30^0$或60^0-45^0,$135^0=60^0+45^0$（解题过程略，请自行测试）

2、倍角公式：$\sin 2a = 2\sin a\cdot\cos a \rightarrow \frac{1}{2}\sin 2a = \sin a\cdot\cos a$

$\cos 2\alpha = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$

三角函数的最小正周期公式及最值：

常见三角函数类型	周期公式	最大值	最小值
$y = A\sin(\omega x+\varphi)+B$ 或 $y = A\cos(\omega x+\varphi)+B$	$T=\frac{2\pi}{\lvert\omega\rvert}$	$\lvert A\rvert + B$	$-\lvert A\rvert + B$
$y = A\sin(\omega x+\varphi)+B\cos(\omega x+\varphi)$		$\sqrt{A^2+B^2}$	$-\sqrt{A^2+B^2}$
① $y = A\tan(\omega x+\varphi)+k$ ② $y=\sin^2\omega x$ 或 $y=\cos^2\omega x$ ③ $y=\lvert\sin\omega x\rvert$ 或 $y=\lvert\cos\omega x\rvert$ ④ $y=\sin\omega x\cdot\cos\omega x$	$T=\frac{\pi}{\lvert\omega\rvert}$		

历年真题1.若$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$,且$\sin\theta=\frac{1}{3}$,则$\cos\theta=$( )

$A.\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$B.-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$C.-\frac{\sqrt{2}}{3}$

$D.\frac{\sqrt{2}}{3}$

历年真题2.若$\tan\alpha=3$,则$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=$( )

$A.-2$

$B.\frac{1}{2}$

$C.2$

$D.-4$

历年真题3.若$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi, \sin\theta=\frac{1}{4}$，则$\cos\theta=$（）、

$A.\frac{\sqrt{15}}{4}$

$B.-\frac{\sqrt{15}}{4}$

$C.-\frac{\sqrt{15}}{16}$

$D.\frac{\sqrt{15}}{16}$

历年真题4.$\tan\theta=2$,则$\tan(\theta+\pi)=$（）

$A.-2$

$B.2$

$C.\frac{1}{2}$

$D.-\frac{1}{2}$

答案：

1、B

解析：因为$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$,所以$\cos\theta<0, \cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

2、A

解析:$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{3+1}{1\text{-}3\times1}=\text{-}2$

3、B

解析：因为$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$,所以$\cos\theta<0, \cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=-\frac{\sqrt{15}}{4}$.

4、B

解析:$\tan(\theta+\pi)=\tan\theta=2$,

考点七：解三角形

题型＼年份	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	0 分	5 分	0 分	5 分	0 分	5 分

关于解三角形的知识点在选择题，并不是每年都会考，考的最多就是一道选择题。主要考查的方向是根据题目的已知边和角，求未知的边和角。这类题目很简单。只要记住以下提到的公式，这个 5 分绝对不会错过。

常用三角形知识点：

△ABC 中,A 角所对的边长为 a，B 角所对的边长为 b，C 角所对的边长为 c

1、三角形内角和为 180^0 即 $A+B+C=180^0$

2、两边之和大于第三边，两边之差小于第三边 即：a+b>c，a-b<c；

3、大边对大角，小边对小角 若 a>b 则 A>B

4、直角三角形勾股定理 $c^2=a^2+b^2$

常见的勾股定理值：3 4 5； 5 12 13； 1 1 $\sqrt{2}$； 1 $\sqrt{3}$ 2.

解直角三角形：

在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$

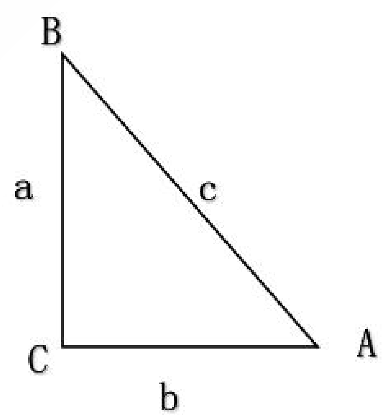
1、两锐角之间的关系 $A+B=90^\circ$.

2、三边之间的关系 $a^2+b^2=c^2$（勾股定理）

$$\sin A=\frac{A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}=\cos B,\cos A=\frac{A\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}=\sin B$$

$$\tan A=\frac{A\text{的对边}}{A\text{的邻边}}=\frac{a}{b}=\cot B,\cot A=\frac{A\text{的邻边}}{A\text{的对边}}=\frac{b}{a}=\tan B$$

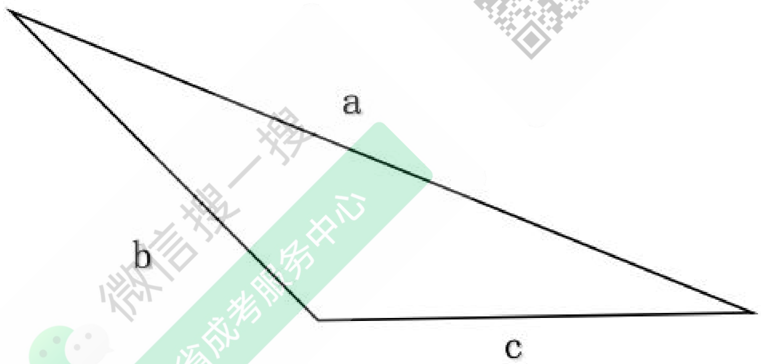
直角三角形的面积 $S_\Delta=\frac{1}{2}ab$



解斜三角形：

定义：三个角都不是直角的三角形叫做斜三角形

斜三角形 $\begin{cases} \text{钝角三角形（有一个角是钝角）} \\ \text{锐角三角形（三个角都是锐角）} \end{cases}$



内角和定理

斜三角形三个内角A、B、C之间的关系为：

$(1)A+B+C=180^{\circ}$,

$(2)\sin C=\sin(A+B)$

$(3)\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$

余弦定理：

三角形任一边的平方等于其余两边的平方的和减去这两边与他们夹角的余弦乘积的两倍.

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac},\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

正弦定理：

三角形各边与它对角的正弦比值都相等，该比值为三角形外接圆半径的2倍。

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R,$$

$$\sin A=\frac{a}{2R},\sin B=\frac{b}{2R},\sin C=\frac{c}{2R}$$

面积公式：

$$S_{\Delta abc}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$$

斜三角形的解法特点

1、由题意画出示意图

2、已知角求角用内角和定理求

3、已知两角和其中一角的对边时用正弦定理求

4、已知三边时用余弦定理求

5、已知两边和它们的夹角时用余弦定理求

6、已知边、边、角时用正弦定理求

历年真题1.在ΔABC中，若$AB=3$，$A=45^\circ, C=30^\circ$,则$BC=$( )

$A.\sqrt{3}$

$B.2\sqrt{3}$

$C.3\sqrt{2}$

$D.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

历年真题2.在等腰三角形ABC中，A是顶角，且$\cos A=-\dfrac{1}{2}$，则$\cos B=$( )

$A.-\dfrac{1}{2}$

$B.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$C.-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$D.\dfrac{1}{2}$

答案：

1、C

解析：由正弦定理可得：$\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}$,即$\dfrac{3}{\frac{1}{2}}=\dfrac{BC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow BC=3\sqrt{2}$.

2、B

解析：因为ΔABC为等腰三角形，A为顶角，$\cos A=1-2\sin^2\dfrac{A}{2}=-\dfrac{1}{2}$,所以$\sin\dfrac{A}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\cos B=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{A}{2}\right)=\sin\dfrac{A}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$。

考点八：平面向量

年份/题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	5 分	5 分	0 分	0 分	5 分	5 分

平面向量并不是每年都考选择题，近几年都是考填空题为主，考选择题的话，基本考的向量的数量积的性质。所以向量我们主要应该掌握的数量积的性质相关的公式以及换算。**5 分**就跑不了了。

只有大小的量叫做数量；具有大小和方向的量叫做向量。

一个向量可以用有向线段来表示，有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向，如有向线段$\overrightarrow{AB}$表示向量时，我们就是向量$\overrightarrow{AB}$，另外印刷时常用黑体小写字母a、b、c、.........表示向量手写时则可用带箭头的小写字母$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$、、、、等表示向量。

向量a的大小也叫做向量a的长度（或模）记作$|a|$.

两个向量a和b同向且等长时，则称作a和b相等，记作：$a=b$.

长度等于零的向量叫做零向量，记作0.零向量的方向不能确定.

定义：已知两个非零向量$\vec{a}$和$\vec{b}$,它们的夹角为θ，我们把数量$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

叫做向量$\vec{a}$和向量$\vec{b}$的数量积（或内积），记作$\vec{a}\bullet\vec{b}$,即

$\vec{a}\bullet\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$.

向量的数量积：

1、两个向量积是一个实数，可以等于正数、负数、零.

2、如果e是单位向量，则$a\bullet e=e\bullet a=|a|\cos\langle a,e\rangle$.

3、$a\perp b\Leftrightarrow a\bullet b=0$

4、$a\bullet a=|a|^2$或$|a|=\sqrt{a\bullet a}$

5、$\cos\langle a,b\rangle=\dfrac{a\bullet b}{|a||b|}$

6、在坐标平面内xoy内，已知$a=(a_1,a_2),b=(b_1,b_2)$,

则$a\bullet b=a_1b_1+a_2b_2$

$a\,//\,b\Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$或$a\,//\,b\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}$

7、向量的数量积满足以下规律

$a\bullet b=b\bullet a$

$\lambda(a\bullet b)=(\lambda a)\bullet b=a\bullet(\lambda b)$

$(a+b)\bullet c=a\bullet c+b\bullet c$

两个公式：

1. 两点的距离公式：已知 $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$ 两点，其距离：

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

2. 中点公式：已知 $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$ 两点，线段 P_1P_2 的中点的 0 的坐标为 (x,y)，则：

$$x=\frac{x_1+x_2}{2},y=\frac{y_1+y_2}{2}$$

历年真题1.已知平面向量$a=(-2,1)$与$b=(\lambda,2)$垂直，则$\lambda=$（）

$A.4$

$B.-4$

$C.-1$

$D.1$

历年真题2.已知平面向量$a=(1,1),b=(1,-1)$,则两向量的夹角为（）

$A.\frac{\pi}{3}$

$B.\frac{\pi}{6}$

$C.\frac{\pi}{2}$

$D.\frac{\pi}{4}$

历年真题3：已知平面向量$a=(1,t),b=(-1,2)$,若$a+mb$平行向量（-2,1），则（）

$A.2t-3m+1=0$

$B.2t+3m+1=0$

$C.2t-3m-1=0$

$D.2t+3m-1=0$

答案：

1、D

解析：因为a与b垂直，所以$a\bullet b=-2\lambda+2=0,\lambda=1.$

2、C

解析：$\cos\langle a,b\rangle=\dfrac{a\bullet b}{|a|\bullet|b|}=0\Rightarrow a\perp b.$

3. B

解析：a+bm=(1, t)+m(-1, 2)=(1-m, t+2m), 又因 a+mb 平行于向量（-2, 1），则 1•（1-m）=-2•(t+2m)

化简得：2t+3m+1=0

考点九： 直 线

题型 \ 年份	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	5 分	5 分	5 分	10 分	5 分	0 分

直线基本每年都会来考选择题，分值在 5-10 分左右，主要考的是直线的斜率及位置关系，有时会结合二次函数一起考，相对来讲，难度不大，掌握以下知识点，5 分是没有问题的。

直线的斜率：

直线斜率的定义式为 k= $\tan\alpha$（α 为倾斜角），已知两点可以求的斜率 k= $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$（点 A(x_1,y_1) 和点 B(x_2,y_2)为直线上任意两点）。

α							
α	角度制	30^0	45^0	60^0	120^0	135^0	150^0
	弧度制	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	$\dfrac{5\pi}{6}$
$\tan\alpha$		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

直线方程的几种形式：

斜截式： $y=kx+b$ （可直接读出斜率 k）

一般式： $Ax+By+C=0$ （直线方程最后结果尽量让 A>0）

点斜式： $y-y_0=k(x-x_0)$，（已知斜率 k 和某点坐标(x_0,y_0)求直线方程方法）

两条直线的位置关系：

直线 l_1： $y=k_1x+b_1$， l_2： $y=k_2x+b_2$

两条直线平行： $k_1=k_2$

两条直线垂直： $k_1\bullet k_2=-1$

点到直线的距离公式：

点 $P(x_0,y_0)$ 到直线 l： $Ax+By+C=0$ 的距离： $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

历年真题1.已知点$A(1,1)$，$B(2,1)$，$C(-2,3)$，则过点A及线段BC中点的直线方程为（）

$A.x-y+2=0$

$B.x+y-2=0$

$C.x+y+2=0$

$D.x-y=0$

历年真题 2.点（2,4）关于直线 $y=x$的对称点的坐标为 ( )

$A.(4,2)$

$B.(-2,-4)$

$C.(-2,4)$

$D.(-4,-2)$

历年真题3.过点（0,1）且与直线$x+y+1=0$垂直的直线方程为（）

$A.y=x+1$

$B.y=2x+1$

$C.y=x$

$D.y=x-1$

历年真题4.已知点$A(4,1)$，$B(2,3)$,则线段AB的垂直平分线方程为（ ）

$A.x-y+1=0$

$B.x+y-5=0$

$C.x-y-1=0$

$D.x-2y+1=0$

历年真题5：函数$y=x^2-2x-3$的图像与直线$y=x+1$交于A,B两点，则$|AB|=$（）

$A.2\sqrt{13}$

$B.4$

$C.\sqrt{34}$

$D.5\sqrt{2}$

答案

1、B

解析：线段BC的中点坐标（$\frac{-2+2}{2},\frac{1+3}{2}$），即（0,2），则过（1,1），（0,2）点的直线方程为$\frac{y-1}{2-1}=\frac{x-1}{0-1}\Rightarrow x+y-2=0.$

2、A

解析：点（2,4）关于直线$y=x$对称的点为（4,2）

3、A

解析：与直线 $x+y+1=0$垂直的直线的斜率为 1，
又因为该直线过点（0,1）点，故该直线方程为 $y-1=1\times(x-0)\Rightarrow y=x+1.$

4、C

解析：线段 AB的斜率为 $k_1=\frac{3-1}{2-4}=-1$，A、B的中点坐标为（3,2），
则AB的垂直平分线方程 $y-2=x-3$，即$x-y-1=0.$

5.D

解析：由$\begin{cases}y=x^2-2x-3\\y=x+1\end{cases}$得$\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}$即$A$（-1,0），$B(4,5)$

则$|AB|=\sqrt{(-1-4)^2+(0-5)^2}=5\sqrt{2}$

考点十：圆锥曲线

年份 / 题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	5 分	15 分	10 分	10 分	5 分	10 分

圆锥曲线算是选择题比较难的考点之一，每年考的分值是 5-10 分左右，基本是每年两道选择题，但是难也是相对的，其实考的也并不复杂，主要是考切线方程、斜率、准线方程等，也是公式的一个运用，很多学员在这个知识点失分。其实认真审题还是可以拿到 5 分以上的。

圆：

1、圆的标准方程是：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，其中：半径是 r，圆心坐标为（a，b），

2、圆的一般方程是：

熟练掌握圆的一般方程转化为标准方程并找出半径和圆心坐标方法

例：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

$x^2+y^2+4x-6y+4=0$

配方法：$x^2+4x+\underline{\left(\frac{4}{2}\right)^2}+y^2-6y+\underline{\left(\frac{6}{2}\right)^2}=-4+\underline{13}$

完全平方公式：$\underline{(x+2)}^2+\underline{(y-3)}^2=3^2$　故半径 r=3 圆心坐标为（-2,3）

3、圆与直线的位置关系：**通过圆心到直线的距离 d 与半径 r 的大小关系判断**

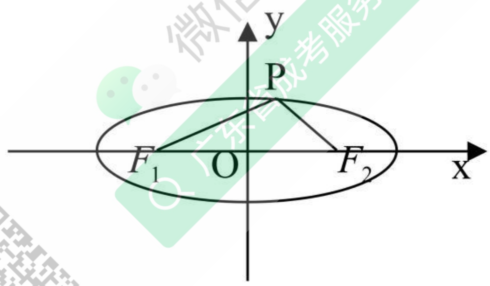
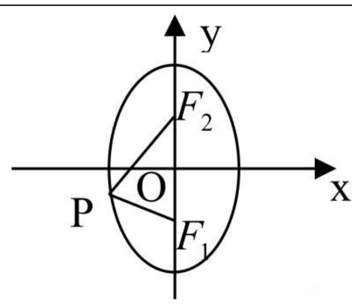
$d>r\Leftrightarrow$ 相离;$d=r\Leftrightarrow$ 相切;$0<d<r\Leftrightarrow$ 相交不经过圆心；$d=0\Leftrightarrow$ 相交且经过圆心 4、

圆与圆的位置关系：**通过圆心距 $d_{o_1o_2}$ 与两圆半径 r_1,r_2 的大小关系判断**

$d_{o_1o_2}>r_1+r_2\Leftrightarrow$ 相离；$d_{o_1o_2}=r_1+r_2\Leftrightarrow$ 外切；

$d_{o_1o_2}=r_1-r_2\Leftrightarrow$ 内切；$r_1-r_2<d_{o_1o_2}<r_1+r_2\Leftrightarrow$ 相交

椭　圆：

定义	平面内到两定点的距离的和等于常数的点的轨迹：$\left\|PF_1\right\|+\left\|PF_2\right\|=2a$	
焦点的位置	焦点在 X 轴上	焦点在 Y 轴上
标准方程	$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$	$\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1$
图形		
性质	长轴长是 $2a$，短轴长是 $2b$，焦距 $\left\|F_1F_2\right\|$=2c，$a^2=b^2+c^2$（a 最大）	
顶点	A_1(—a, 0)，A_2(a, 0) B_1(0, —b), B_2(0，b)	A_1(0, —a), A_2(0，a) B_1(—b, 0)，B_2(b, 0)
焦点坐标	F_1(c, o)　F_2(-c, o)	F_1(o, c)　F_2(o, -c)
离心率	$e=\dfrac{c}{a}$（0<e<1）	
准线方程	$x=\pm\dfrac{a^2}{c}$	$y=\pm\dfrac{a^2}{c}$

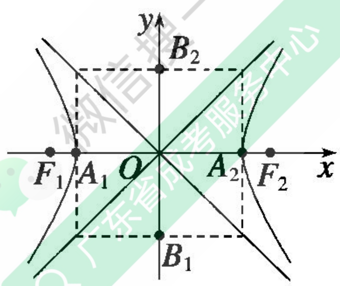
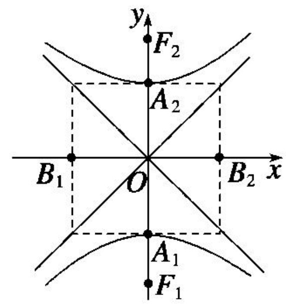
求椭圆的标准方程步骤：

1）确认焦点的位置设出标准方程；（题中直接已知或通过焦点坐标得到）

2）求出 a, b 的值；（a, b, c, e 通过 $a^2=b^2+c^2$，$e=\dfrac{c}{a}$ 知二求二）

3）写出椭圆的标准方程。

双曲线:

定义	平面内到两定点的距离的差的绝对值等于常数的点的轨迹：$\left\|\,|PF_1|-|PF_2|\,\right\|=2a$	
焦点的位置	焦点在 X 轴上	焦点在 Y 轴上
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
图形		
性质	实轴长是 $2a$，虚轴长是 $2b$，焦距 $\|F_1F_2\|$=2c，$c^2=a^2+b^2$（c 最大）	
顶点	A_1(—a, 0)，A_2(a, 0) B_1(0, —b), B_2(0, b)	A_1(0, —a), A_2(0, a) B_1(—b, 0)，B_2(b, 0)
焦点坐标	F_1(c, o) F_2(-c, o)	F_1(o, c) F_2(o, -c)
离心率	$e=\frac{c}{a}$（e>1）	
准线方程	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$

1、等轴双曲线：实轴与虚轴长相等（即 a=b）的双曲线：$x^2-y^2=a^2$ 或 $y^2-x^2=a^2$

2、求双曲线的标准方程步骤：

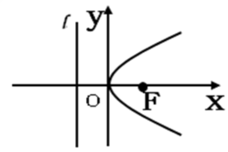
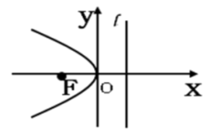
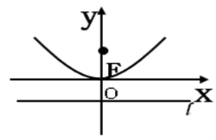
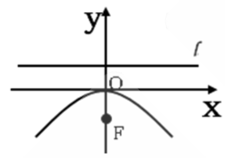
（1）确认焦点的位置设出标准方程；（题中直接已知或通过焦点坐标得到）

（2）求出 a, b 的值；（a, b, c, e 通过 $c^2=a^2+b^2$，$e=\frac{c}{a}$ 知二求二）

（3）写出双曲线的标准方程。

3、若直线 $y=kx+b$ 与圆锥曲线交于两点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)，则弦长为 $|AB|=\sqrt{(1+k^2)(x_1-x_2)^2}$

抛物线：

标准方程	焦点的位置	焦点坐标	准线方程	图像
$y^2=2px$	x 正半轴	$\left(\frac{p}{2},0\right)$	$x=-\frac{p}{2}$	
$y^2=-2px$	x 负半轴	$\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$x=\frac{p}{2}$	
$x^2=2py$	y 正半轴	$\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$y=-\frac{p}{2}$	
$x^2=-2py$	y 负半轴	$\left(0,-\frac{p}{2}\right)$	$y=\frac{p}{2}$	

重点：抛物线离心率$e=1$。

历年真题1.双曲线$\frac{y^2}{3}-x^2=1$的焦距为（）

$A.1$

$B.4$

$C.2$

$D.\sqrt{2}$

历年真题2.已知三角形的两个顶点是椭圆$C:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$的两个焦点，第三个顶点在$C$上，则改三角形的周长为（）

$A.10$

$B.20$

$C.16$

$D.26$

历年真题3.设双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的渐近线的斜率$k$,则$|k|=$( )

$A.\frac{9}{16}$

$B.\frac{16}{9}$

$C.\frac{4}{3}$

$D.\frac{3}{4}$

历年真题4.曲线$y=x^3-4x+2$在点（1,-1）处的切线方程为（）

$A.x-y-2=0$

$B.x-y=0$

$C.x+y=0$

$D.x+y-2=0$

历年真题5.以点（0,1）为圆心，且与直线$\sqrt{3}x-y-3=0$相切的圆的方程为（）

$A.(x-1)^2+y^2=1$

$B.x^2+(y-1)^2=2$

$C.x^2+(y-1)^2=4$

$D.x^2+(y-1)^2=16$

历年真题6.抛物线$y^2=3x$的准线方程为（）

$A.x=\frac{1}{2}$

$B.x=-\frac{3}{2}$

$C.x=\frac{3}{4}$

$D.x=-\frac{3}{4}$

历年真题7：圆$x^2+y^2+2x-6y-6=0$的半径为（）

$A.\sqrt{10}$

$B.4$

$C.\sqrt{15}$

$D.16$

答案：

1、B

解析：$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3+1}=2$,则双曲线的焦距$2c=4$

2、C

解析：椭圆的两个焦点的距离为$2c=2\sqrt{a^2-b^2}=6$.又因为第三个顶点在C上，则该点与两个焦点间的距离的和为$2a=2\times5=10$,则三角形的周长为$10+6=16$.

3、D

解析：双曲线的渐近线的斜率$k=\pm\frac{b}{a}$,故本题中$k=\pm\frac{3}{4}$,即$|k|=\frac{3}{4}$

4、C

解析：$y'=3x^2-4$，当$x=1$时，$y'=3-4=-1$，故曲线在点（1,-1）处的切线方程为$y+1=-1(x-1)$,即$x+y=0$.

5、C

由题意知，$R=\frac{|0-1-3|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+(-1)^2}}=2$，则圆得方程为$x^2+\left(y-1\right)^2=4$.

6、D

解析：因为$y^2=3x,p=\frac{3}{2}>0$,所以抛物线$y^2=3x$的准线方程为$x=-\frac{p}{2}=-\frac{3}{4}$

7、B

解析：圆$x^2+y^2+2x-6y-6=0$可化为$(x+1)^2+(y-3)^2=16$，故圆的半径为4.

考点十一： 排列组合、概率统计

年份 / 题型	2019 年	2018 年	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
选择题	10 分	10 分	10 分	10 分	10 分	10 分

排列组合、概率统计这个考点，算是数学选择题最简单的考点之一，每年最少两个选择题，10-15 分左右的分值。只要认真审题，基本都是可以拿到 5 分以上的。当然还有一些相关的小公式也是要记住，请看下面的考点分析。

分类计数法和分步计数法：

分类计数法：完成一件事有两类办法，第一类办法由 m 种方法，第二类办法有 n 种方法，无论用哪一类办法中的哪种方法，都能完成这件事，则完成这件事总共有 m+n 种方法。

分步计数法：完成一件事有两个步骤，第一个步骤有 m 种方法，第二个步骤有 n 种方法，连续完成这两个步骤这件事才完成，那么完成这件事总共有 m×n 种方法。

排列和组合的公式：

排列（有顺序），公式：$A_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)=\dfrac{n!}{(n-m)!}$；

例：$A_7^3=7\times6\times5$ $A_5^2=5\times4$

组合（没有顺序），公式：$C_n^m=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}=\dfrac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$；

$$C_n^m=C_n^{n-m}\quad C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$$

例：$C_7^3=\dfrac{A_7^3}{3!}=\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ $C_7^4=\dfrac{A_7^4}{4!}=\dfrac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$

相互独立事件同时发生的概率乘法公式：

定义：对于事件 A、B，如果 A 是否发生对 B 发生的概率没有影响，则它们称为相互独立事件。

把 A、B 同时发生的事件记为 A • B

独立重复试验：

定义：如果在一次实验中事件 A 发生的概率为 P，那么 A 在 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为：

$$P_n(k)=C_n^{\,k}P^k(1-P)^{n-k}$$

求方差：

设样本数据为$x_1,x_2,\cdots,x_n$,则样本的平均数为：$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$

样本方差为：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$

解析：平均数、方差填空题必考，大家务必要记住公式

完全平方公式	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
平方差公式	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$	

历年真题1.一个圆上有 5 个不同的点，以这 5 个点钟任意 3 个为顶点的三角形共有 （）

A.60个　　*B*.20个

C.5个　　*D*.10个

历年真题2.若1名女生和3名男生随机地站成一列，则从前面数第2名是女生的概率为（）

A.$\frac{1}{4}$　　*B*.$\frac{1}{3}$

C.$\frac{1}{2}$　　*D*.$\frac{3}{4}$

历年真题3.将一颗骰子抛掷1次，得到的点数为偶数 的概率为（）

A.$\frac{2}{3}$　　*B*.$\frac{1}{6}$

C.$\frac{1}{3}$　　*D*.$\frac{1}{2}$

历年真题4.某同学每次投篮投中的 概率为$\frac{2}{5}$.该同学投篮2次，只投中1次的概率是（）

A.$\frac{12}{25}$　　*B*.$\frac{9}{25}$

C.$\frac{6}{25}$　　*D*.$\frac{3}{5}$

历年真题5.某学校为新生开设了4门选修课，规定每位新 生至少要选其中3门，则一位新生不同的 选课方案共有（）

A.7种　　*B*.4种

C.5种　　*D*.6种

历年真题6.从1,2,3,4,5中任取3个数，组成的没有重复 数学的三位数共有（）

A.40个　　*B*.80个

C.30个　　*D*.60个

历年真题 7. 从 1, 2, 3, 4, 5 任取 2 个不同的数，这 2 个数都是偶数的概率为（）

A. $\frac{3}{10}$　　*B*. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{10}$　　*D*. $\frac{3}{5}$

答案：

1、D

解析：$C_5^3=\dfrac{5\times4\times3}{3\times2}=10$

2、A

解析：设A表示第2名女生，$P(A)=\dfrac{1}{C_4^1}=\dfrac{1}{4}$.

3、D

解析：一颗骰子的点数分别是1,2,3,4,5,6，其中偶数和奇数各占一半，

故抛掷1次，得到点数为偶数的概率为$\dfrac{1}{2}$.

4、A

解析：只投中1次的概率为$C_2^1\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{12}{25}$.

5、C

解析：由题意知，新生 可选3门或4门选修课程，则不同的 选法共有：$C_4^3+1=4+1=5$(种)

6、D

解析：此题与顺序有关，所组成的没有重复数字的三位数共有$P_5^3=5\times4\times3=60$个。

7、C

解析：这 2 个数都是偶数的概率为 $P=\dfrac{C_2^2}{C_5^2}=\dfrac{1}{10}$.

二、高起点数学填空题考情分析

前面给大家讲解了单选题的考点分析，单选题的话我们自己随机选的话，最多也就 20 来分，但是根据我们的考点来进行学习的话，拿个 35 分以上是完全没有问题的。接下来我们看下填空题。填空题分值是占 16 分，有 4 个小题。虽然说分值不高，也就三个选择题的分，但是我们也是抓住任何一分不要放过，特别是有的填空题完全是捡分。根据我们的考点来进行学习的话，填空拿个 8 分以上还是没有问题的。

考点一：不等式（具体知识点请查看选择题考点二）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	0 分	4 分	0 分	4 分	0 分	0 分

历年真题1.若不等式$|ax+1|<2$的解集为$\left\{x\middle|-\frac{3}{2}<x<\frac{1}{2}\right\}$,则$a=$___.

历年真题2.不等式$|x-1|<1$的解集为_____.

答案：

1、2

解析:$|ax+1|<2\Rightarrow -2<ax+1<2\Rightarrow -\frac{3}{a}<x<\frac{1}{a}$,由题意知$a=2$.

2、$\{x|0<x<2\}$

解析:$|x-1|<1\Rightarrow -1<x-1<1\Rightarrow 0<x<2$.

故不等式的解集为$\{x|0<x<2\}$.

考点二：函数（具体知识点请查看选择题考点三）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	0 分	0 分	8 分	0 分	0	4 分

历年真题1.若二次函数$f(x)=ax^2+2x$的最小值为$-\frac{1}{3}$，则$a=$____.

历年真题2.函数$y=2^x-2$的图像与坐标轴的交点共有几____个。

答案：

1、3　解析：由于二次函数$f(x)=ax^2+2x$有最小值，故$a>0$,故$\frac{4a\times 0-2^2}{4a}=-\frac{1}{3}\Rightarrow a=3.$

2、2　解析：当$x=0$时，$y=2^0-2=-1$,故函数与y轴交于（0,-1）点；令$y=0$,则有$2^x-2=0$
$\Rightarrow x=1$,故函数与x轴交于（1,0）点，因此函数$y=2^x-2$与坐标轴的交点共有2个。

考点三：对数和指数（具体知识点请查看选择题考点四）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 分	2019 分
填空题	4 分	0 分	0 分	0 分	0 分	0 分

历年真题1.计算$3^{\frac{5}{3}}\times 3^{\frac{1}{3}}-\log_4 10-\log_4\frac{8}{5}=$______.

答案：

1、7　解析:$3^{\frac{5}{3}}\times 3^{\frac{1}{3}}-\log_4 10-\log_4\frac{8}{5}=3^2-(\log_4 10+\log_4\frac{8}{5})=9-\log_4 16=9-2=7$

考点四：数列（具体知识点请查看选择题考点五）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	4 分	0 分	0 分	0 分	0 分	0 分

历年真题1.等比数列$\{a_n\}$中，若$a_2=8$,公比为$\frac{1}{4}$，则$a_5=$____.

答案：

1、$\frac{1}{8}$　解析：$a_5=a_2q^{5-2}=8\times\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{8}$

考点五：向量（具体知识点请查看选择题考点八）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	0 分	0 分	4 分	4 分	0 分	0 分

历年真题1.若平面向量 $a=(x,1), b=(1,-2)$, 且 $a // b$, 则 $x=$ ____ .

历年真题2.已知平面向量 $a=(1,2), b=(-2,3), 2a+3b=$ ____ .

答案：

1、$-\frac{1}{2}$

解析：由于 $a // b$, 故 $\frac{x}{1}=\frac{1}{-2}$, 即 $x=-\frac{1}{2}$.

2、（-4, 13）

解析: $2a+3b=2(1,2)+3(-2,3)=(-4,13)$.

考点六：直线（具体知识点请查看选择题考点九）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	0 分	0 分	0 分	4 分	4 分	0 分

历年真题1.已知直线 l 和 $x-y+1=0$ 关于直线 $x=-2$ 对称，则 l 的斜率为 ____ .

历年真题 2. 过点（1，-2）且与直线 3x+y-1=0 垂直的直线方程为。

答案：-1

1、解析: $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x=-2 \end{cases}$ 得交点（-2,-1），取直线 $x-y+1=0$ 上一点（0,1），则该点关于直线 $x=-2$ 对称的坐标为（-4,1），则直线 l 的斜率为 $k=-1$.

2、因为所求直线与直线 3x+y-1=0 垂直，故可设所求直线方程为 x-3y+a=0；又直线经过点（1，-2），故 1-3×（-2）+a=0，则 a=-7, 即所求直线方程为 x-3y-7=0.

考点七：圆锥曲线（具体知识点请查看选择题考点十）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	4 分	8 分	0 分	0 分	4 分	4 分

历年真题1.抛物线$y^2=2px$的准线过双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的左焦点，则$p=$___.

历年真题 2.曲线$y=x^2+3x+4$在点（-1,2）处的切线方程是 __________ ______ .

历年真题 3.曲线$y=x^3-2x$在点（1,-1）处的切线方程为 __________ _______ .

答案：

1、4　解析：由题意可知，$p>0$.抛物线$y^2=2px$的准线为$x=-\frac{p}{2}$,双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的左焦点为（$-\sqrt{3+1}$,0),

即（-2,0），由题意知,$-\frac{p}{2}=-2, p=4$

2、 $y=x+3$

解析：$y=x^2+3x+4\Rightarrow y'=2x+3, y'|_{x=-1}=1$,故曲线在点（-1,2）处的切线方程为$y-2=x+1$,即$y=x+3$.

3、 $y=x-2$

解析：$y=x^3-2x\Rightarrow y'=3x^2-2, y'|_{x=1}=1$,故曲线在点（1,-1）处的切线方程为$y+1=x-1$,即$y=x-2$

考点八：概率（具体知识点请查看选择题考点十一）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
填空题	4 分	4 分	4 分	4 分	4 分	4 分

历年真题 1.

某次测试中 5 位同学的成绩分别为 79, 81, 85, 75, 80，则他们的成绩的平均数为.

历年真题 2.

若 5 条鱼的平均质量为 0.8kg.其中 3 条的质量分别为 0.75kg，0.83kg，和 0.78kg，则其余 2 条的平均质量为 kg.

历年真题 3.

从某生产公司的安全带中随机抽取 10 条进行断力测试，测试结果（单位：kg）如下：

3722　3872　4004　4012　3972　3778　4022　4006　3986　4026 则该样本的的样本方差为 kg^2（精确到 0.1）.

历年真题 4.

某运动员射击 10 次，成绩（单位：环）如下：

8　10　9　9　10　8　9　9　8　7 则该运动员的平均成绩是 环。

历年真题 5.

掷一枚硬币时，正面向上的概率为$\frac{1}{2}$，掷这枚硬币 4 次，则恰有 2 次正面向上的概率是______。

答案：

1、80

解析：成绩的平均数$\frac{79+81+85+75+80}{5}=80.$

2、0.82

解析:5条鱼的总质量为$5\times0.8=4(kg)$.剩余2条鱼的总重为

$4-0.75-0.83-0.78=1.64(\text{kg})$,则其平均质量为$\frac{1.64}{2}=0.82(\text{kg})$

3、10928.8

解析$\bar{x}=\frac{3722+3872+4004+4012+3972+3778+4022+4006+3986+4026}{10}=3940$

$$s^2=\frac{(3722-3940)^2+(3872-3940)^2+\bullet\bullet\bullet+(4026-3940)^2}{10}=10928.8$$

4、8.7

解析:$\bar{x}=\frac{8+10+9+9+10+8+9+9+8+7}{10}=8.7$。

5、$\frac{3}{8}$

解析：恰有 2 次正面向上的概率是$P=C_4^2(\frac{1}{2})^2(1-\frac{1}{2})^{4-2}=\frac{3}{8}.$

从以上的考点我们可以看出。填空题的难度还是不大的，特别是最后一个考点，完全是捡分题，最少也能拿个 4 分。掌握以上考点的话 4 分以上还是完全没有问题的。

三、高起点数学解答题考情分析

前面给大家讲解了选择题和填空题的考点，接下来给大家讲解下解答题的考点。解答题算是考生最为头疼的题目，然而他的分值又比较高，每题都十几分。百分之九十的考生解答题都是空白交卷，有写的也是很多是胡乱写，这种方法是不可取的。其实数学和其他科目有些不同，像解答题是有步骤分的，也就是说，就算是后面我们的答案错的，前面的步骤写对了，也是有分的。特别是我们有些题目是很简单的，套用公式就可以。十几分还是特别容易拿到的，当然你字迹工整，考官看的舒服，分值可能又会多给你几分。接下来我们来看下怎么拿到 20 分以上。

考点一：数列（等差或等比数列，基本每年必考，第一、二大题就是）。

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
解答题	12 分	12 分	12 分	12 分	12 分	12 分

历年真题1.设 $\{a_n\}$ 为等差数列，且$a_2+a_4-2a_1=8$.

(1)求 $\{a_n\}$的公差d;

(2)若$a_1=2$，求 $\{a_n\}$前8项的和S_8.

历年真题 2.已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数，且$a_1+a_3=10, a_2+a_3=6$,

(1)求 $\{a_n\}$的通项公式；

(2)求 $\{a_n\}$的前5项和。

历年真题 3.已知等差数列 $\{a_n\}$的公差$d\neq 0, a_1=\dfrac{1}{2}$,且$a_1,a_2,a_5$成等比数列。

（1）求 $\{a_n\}$的通项公式；

（2）若 $\{a_n\}$的前n项和$S_n=50$,求n.

历年真题 4.已知数列 $\{a_n\}$的前n项和$S_n=\dfrac{2}{3}(4^n-1)$. (1)求 $\{a_n\}$的通项公式；(2)若$a_k=128$,求k

答案：

1、解析：因为$\{a_n\}$为等差数列，所以（1）$a_2+a_4-2a_1=a_1+d+a_1+3d-2a_1=4d=8$.

$$(2)S_8=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=2\times 8+\frac{8\times(8-1)}{2}\times 2=72.$$

2、(1)设$\{a_n\}$的公比为q,由已知得$\begin{cases}a_1(1+q^2)=10\\ a_1(q+q^2)=6\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a_1=1\\ q=-3\end{cases}$（舍去）$\begin{cases}a_1=8\\ q=\dfrac{1}{2}\end{cases}$,

因此$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=8\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

(2)$\{a_n\}$的前5项和为$\dfrac{8(1-\frac{1}{2^5})}{1-\frac{1}{2}}=\dfrac{31}{2}$.

3、$a\ \ =\frac{1}{2}+d, a_5=\frac{1}{2}+4d$,由已知得$\left(\frac{1}{2}+d\right)^2=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+4d)$，

得$d=1$,所以$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{2}+(n-1)\times1=n-\frac{1}{2}$.

(2)$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{n^2}{2}$,由已知得$\frac{n^2}{2}=50$,

解得$n=-10$(舍去)，或$n=10$,所以$n=10$.

4.(1)$S_{n-1}=\frac{2}{3}(4^{n-1}-1)$.则$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=\frac{2}{3}(4^n-1)-\frac{2}{3}(4^{n-1}-1)=2^{2n-1}$.

(2)$a_k=2^{2k-1}=128=2^7$,

$\therefore 2k-1=7$,

$\therefore k=4$.

考点二：解三角形（一般考余弦或正弦定理，这个也是基本必考。公式还记得吗）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
解答题	12 分	12 分	12 分	12 分	12 分	12 分

历年真题1.在ΔABC中，$AB=2$，$BC=3$，$B=60^\circ$，求AC及ΔABC的面积。

历年真题2.已知ΔABC中，$A=30^\circ$，$AC=BC=1$，求：（1）AB　　(2)ΔABC的面积

历年真题3.在ΔABC中，$A=30^\circ$，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$. 求：（1）$\sin C$.　　(2)AC.

答案：

1、由余弦定理得：

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\bullet BC\bullet\cos B=7$,故$AC=\sqrt{7}$。

ΔABC的面积$S=\frac{1}{2}AB\bullet BC\bullet\sin B=\frac{1}{2}\times2\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

2、（1）由已知得$C=120^\circ$，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2AC\bullet BC\bullet COSC}=\sqrt{1+1-2\cos120^\circ}=\sqrt{3}$

(2)设CD为AB边上的高，那么$CD=AC\bullet\sin30^\circ=\frac{1}{2}$,$\Delta ABC$的面积为:$\frac{1}{2}\bullet AB\bullet CD=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

3.(1)$\because\frac{\sin C}{AB}=\frac{\sin A}{BC}$,$\therefore\sin C=\frac{\sin A}{BC}\bullet AB=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(2)由题意可知，$C<90^\circ$,故$\cos C=\sqrt{1-\sin^2C}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

$\sin B=\sin\left[180^\circ-(A+C)\right]=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{3+\sqrt{6}}{6}$

$\therefore AC=\frac{BC}{\sin A}\bullet\sin B=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

考点三：函数（一般是考二次函数）

年份 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
解答题	0 分	12 分	12 分	0 分	0 分	0 分

历年真题1.设函数$f(x)=2x^3+3mx^2-36x+m$,且$f'(-1)=-36$.
(1)求m;
(2)求$f(x)$的单调区间。

历年真题2.已知函数$f(x)=x^3+ax^2+b$在$x=1$处取得极值-1，求
(1) a,b
(2)$f(x)$的单调区间，并指出$f(x)$在各个单调区间的单调性。

解析：

1、（1）由已知得$f'(x)=6x^2+6mx-36$,又由$f'(-1)=-36$得。
$6-6m-36=-36$.故$m=1$.
(2)由（1）得，$f'(x)=6x^2+6x-36$.令$f'(x)=0$,解得$x_1=-3,x_2=2$.
当$x<-3$时，$f'(x)>0$;当$-3<x<2$时，$f'(x)<0$;当$x>2$时，$f'(x)>0$.
故$f(x)$的单调递减区间为（-3,2），$f(x)$的单调递增区间为（$-\infty$,-3）,$(2,+\infty)$。

2、$f'(x)=3x^2+2ax$,由题设知$\begin{cases}3+2a=0\\1+a+b=-1\end{cases}$,解得$a=-\dfrac{3}{2}b=-\dfrac{1}{2}$.

(2)由（1）知$f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{1}{2}.f'(x)=3x^2-3x$.
令f'（x）$=0$.得$x_2=1,x_1=0$.
即$f(x)$单调区间为（$-\infty$,0）,$(0,1)$,$(1,+\infty)$, 并且$f(x)$在（$-\infty$,0）,$(1,+\infty)$为增函数，
在$(0,1)$上为减函数。

考点四：导数（难度较大）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
解答题	12 分	0 分	0 分	0 分	12 分	13 分

导数

1、几何意义：函数在 $f(x)$ 在点（x_0,y_0）处的导数值 $f'(x_0)$ 即为 $f(x)$ 在点（x_0,y_0）处切线的斜率。即 $k=f'(x_0)=\tan\alpha$ （α 为切线的倾斜角）。

备注：这里主要考求经过点（x_0,y_0）的切线方程，用点斜式得出切线方程 $y-y_0=k(x-x_0)$

2、函数的导数公式：c 为常数

$(c)'=0$　　$(x^n)'=nx^{n-1}$

$(ax^n)'=anx^{n-1}$ $(ax)'=a$

函数单调性的判别方法：单调递增区间和单调递减区间

1、求出导数 $f'(x)$

2、令 $f'(x)>0$ 解不等式就得到单调递增区间，令 $f'(x)<0$ 解不等式即得单调递减区间。

最值：最大值和最小值

1、确定函数的定义区间，求出导数 $f'(x)$

2、令 $f'(x)=0$ 求函数的驻点（驻点即 $f'(x)=0$ 时 x 的根，也称极值点），判断驻点是否在所求区间内，不在所在区间内的驻点去掉；

3、求出各驻点及端点处的函数值，并比较大小，最大的为最大值，最小的为最小值。

4、多项式函数 $y=f(x)$ 的极值的判别法

函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$, $x_0\in[a,b]$, 设 $f'(x_0)=0$,

(1)如果当 $x<x_0$ 时，$f'(x)>0$; 当 $x>x_0$ 时，$f'(x)<0$, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极大值。

(2)如果当 $x<x_0$ 时，$f'(x)<0$; 当 $x>x_0$ 时，$f'(x)>0$, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极小值。

(3)如果 x_0 两侧，$f'(x)$ 具有相同的符号，则函　数 $f(x)$ 在 x_0 处不取极值。

历年真题1. 已知函数 $f(x)=x^3+x^2-5x-1$.求

(1) $f(x)$ 的单调区间;

(2) $f(x)$ 零点的个数 .

解析：

(1) $f'(x)=3x^2+2x-5$, 令 $f'(x)=0$，得：$x_1=1, x_2=-\frac{5}{3}$,

当 $x>1$ 或 $x<-\frac{5}{3}$ 时，$f'(x)>0$; $-\frac{5}{3}<x<1$ 时，$f'(x)<0$.

故 $f(x)$ 的单调增区间为（$-\infty,-\frac{5}{3}$）和（$1,+\infty$），单调减区间为（$-\frac{5}{3}$,1).

(2) $f(-\frac{5}{3})>0, f(1)<0. \therefore f(x)$ 有3个零点。

考点五：圆锥曲线（这个也是必考点， 每年必考）

年份 / 题型	2014 年	2015 年	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年
解答题	13 分	13 分	13 分	25 分	13 分	12 分

历年真题 1.设直线 $y=x+1$是曲线 $y=x^3+3x^2+4x+a$的切线，求切点坐标和 a的值

历年真题2.已知关于x,y的方程$x^2+y^2+4x\sin\theta-4y\cos\theta=0$.

(1)证明：无论θ为何值，方程均表示半径为定长的圆；

（2）当$\theta=\frac{\pi}{4}$时，判断该圆与直线$y=x$的位置关系。

历年真题3.已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,斜率为1的直线$l$与$C$相交，其中一个交点的坐标为（$2,\sqrt{2}$），且$C$的右焦点到$l$的距离为1.

(1）求a,b;

(2)求C的离心率。

历年真题4.设椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$和$F_2$，直线$l$过$F_1$且斜率为$\frac{3}{4}$，$A$（$x_0,y_0$)($y_0>0$)为$l$和$E$的交点，$AF_2\perp F_1F_2$

(1）求E的离心率

(2）若E的焦距为2，求其方程，

历年真题5.

已知椭圆C的长轴长为4，两焦点分别在$F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$.

(1)求C的标准方程

(2）若P为C上一点,$|PF_1|-|PF_2|=2$，求$\cos\angle F_1PF_2$.

答案：

1、解析：因为直线$y=x+1$是曲线的切线，所以$y'=3x^2+6x+4=1$，解得$x=-1$.

当$x=-1$时，$y=0$，即切点坐标为（-1,0）。

故$0=(-1)^3+3\times(-1)^2+4\times(-1)+a=0$，解得$a=2$.

2、（1）证明：化简原方程得

$$x^2+4x\sin\theta+4\sin^2\theta+y^2-4y\cos\theta+4\cos^2\theta-4\sin^2\theta-4\cos^2\theta=0$$

$$(x+2\sin\theta)^2+(y-2\cos\theta)^2=4$$

所以无论θ为何值，方程均表示半径为2的圆。

(2)当$\theta=\dfrac{\pi}{4}$时，该圆的圆心坐标为$O(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

圆心O到直线$y=x$的距离

$d=\dfrac{\left|-\sqrt{2}-\sqrt{2}\right|}{\sqrt{2}}=2=r$，即当$\theta=\dfrac{\pi}{4}$时，圆与直线$y=x$相切。

3、（1）由已知，直线l的方程为$x-y-2+\sqrt{2}=0$，设C的右焦点为（c,0），其中$c>0$.由已知得

$\dfrac{\left|c-2+\sqrt{2}\right|}{\sqrt{2}}=1$，解得$c=2-2\sqrt{2}$(舍去)，$c=2$.所以$a^2=b^2+4$.因为点（2,$\sqrt{2}$）在椭圆上，

所以$\dfrac{4}{b^2+4}+\dfrac{2}{b^2}=1$，解得$b=-2$(舍去)，$b=2$.所以$a=2\sqrt{2}$

(2)C的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

4、（1）由题设知ΔAF_1F_2为直角三角形，且$\tan\angle AF_1F_2=\dfrac{3}{4}$，设焦距$|F_1F_2|=2c$，则

$|AF_2|=\dfrac{3}{2}c$，$|AF_1|=\dfrac{5}{2}c$，$2a=|AF_1|+|AF_2|=4c$

所以离心率$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{c}{2c}=\dfrac{1}{2}$

(2)若$2c=2$，则$c=1$，且$a=2$，$b^2=a^2-c^2=3$.

椭圆方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$

5、(1)由题意可知，$a=2,c=\sqrt{3}$，$\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=1$.

$\therefore$椭圆的标准方程为：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

(2)$\begin{cases}|PF_1|+|PF_2|=2a=4\\|PF_1|-|PF_2|=2,\end{cases}$解得$|PF_1|=3$，$|PF_2|=1$

由余弦定理得：$\cos\angle F_1PF_2\Rightarrow$

$$\frac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}=\frac{3^2+1^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}{2\times3\times1}=-\frac{1}{3}.$$