2019年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（二）

第Ⅰ卷（选择题，40分）

一、选择题(1～10小题。每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的)

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=$（　　）

A. $-e^2$　　B. $-e$　　C. e　　D. e^2

2. 设函数 $y=\arcsin x$，则 $y'=$（　　）

A. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　　B. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　　C. $-\frac{1}{1+x^2}$　　D. $\frac{1}{1+x^2}$

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 可导，$f'(x)>0$，$f(a)f(b)<0$，则 $f(x)$ 在 (a,b) 零点的个数为（　　）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

4. 设函数 $y=x^3+e^x$，则 $y^{(4)}=$（　　）

A. 0　　B. e^x　　C. $2+e^x$　　D. $6+e^x$

5. $\frac{d}{dx}\int\frac{1}{1+x^2}dx=$（　　）

A. $\arctan x$　　B. $arc\cot x$　　C. $\frac{1}{1+x^2}$　　D. 0

6. $\int\cos 2x dx=$

A. $\frac{1}{2}\sin 2x+C$　　B. $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$　　C. $\frac{1}{2}\cos 2x+C$　　D. $-\frac{1}{2}\cos 2x+C$

7. 下列不定积分计算正确的是（　　）

A. $\int x^2dx=x^3+C$　　B. $\int\frac{1}{x^3}dx=\frac{1}{x}+C$

C. $\int\sin xdx=\cos x+C$　　D. $\int\cos xdx=\sin x+C$

8. 设函数 $z=(x-y)^{10}$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$（　　）

A. $(x-y)^{10}$　　B. $-(x-y)^{10}$　　C. $10(x-y)^{9}$　　D. $-10(x-y)^{9}$

9. 设函数 $z=2(x-y)-x^2-y^2$，则其极值点为（　　）

A.（0, 0）　　B.（-1, 1）　　C.（1, 1）　　D.（1, -1）

10. 设离散型随机变量 X 的概率分布为

X	-1	0	1	2
P	2a	a	3a	4a

则 $a=$（　　）

A. 0.1　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.4

第Ⅱ卷（非选择题，110 分）

二、填空题：11～20 小题，每小题 4 分，共 40 分。将答案填写在答题卡相应题号后。

11. 当 $x\to 0$ 时 $f(x)$ 与 3x 是等价无穷小，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=$____________

12. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}=$____________

13. 设函数 $f(x)=\sqrt{x+x^2}$，则 $f'(1)=$____________

14. 设 x^2 为 $f(x)$ 的一个原函数，则 $f(x)=$____________

15. 设函数 $y=\ln\sin x$，则 $dy=$______

16. $\int\frac{1}{x^2}dx=$____________

17. $\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=$____________

18. $\int_{-1}^{1}\left(x\cos^2 x+2\right)dx=$____________

19. 设函数 $z=\frac{e^y}{x}$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$____________

20. 设函数 $z=\sin x\cdot\ln y$， $dz=$______

三、解答题：21～28 题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤，并将其写在答题卡相应题号后

21. 计算 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-x}{2x^2+1}$

22. 设函数 $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$， 求 $f'(x)$

23. 计算 $\int\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}dx$

24. 计算$\int_{e}^{+\infty}\frac{1}{x\ln^3 x}dx.$

25. 一个袋中有 10 个乒乓球，其中 7 个橙色，3 个白色，从中任取 2 个，设事件 A 为“所取的 2 个乒乓球颜色不同”，求事件 A 发生的概率 P(A).

26. 设函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx$在$x=2$处取得极值，点（1，-1）为曲线$y=f(x)$的拐点，求a，b，c

27. 已知函数 $f(x)$ 的导函数连续，且 $f(1)=0$，$\int_0^1 xf(x)dx=4$，求 $\int_0^1 x^2 f'(x)dx$

28. 设函数 $z=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$，证明 $x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=0$

2019 年成人高等学校专升本招生全国统一考试
高等数学（二）试题答案解析

1. 【答案】D

【解析】两个重要的极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}\times 2}=e^2$

2. 【答案】B

【解析】 $y'=(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

3. 【答案】C

【解析】由零点存在定理可知. $f(x)$在(a,b)上必有零点. 且函数是单调函敏，故其在(a,b)上只有一个零点.

4. 【答案】B

【解析】 $y'=3x^2+e^x, y''=6x+e^x, y'''=6+e^x, y^{(4)}=e^x$

5. 【答案】C

【解析】 $\frac{d}{dx}\int\frac{1}{1+x^2}dx=\frac{1}{1+x^2}$.

6. 【答案】A

【解析】 $\int\cos 2xdx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$

7. 【答案】D

【解析】 $\int_0^1(2x+1)^3dx=\frac{1}{2}\int_0^1(2x+1)^3d(2x+1)=\frac{1}{2}\bullet\frac{1}{4}(2x+1)^4\Big|_0^1=10.$

8. 【答案】C

【解析】由偏导数公式可得$\frac{\partial z}{\partial x}=10(x-y)^9$.

9. 【答案】D

【解析】易知$\frac{\partial z}{\partial x}=2-2x,\frac{\partial z}{\partial y}=2-2y$，令$\frac{\partial z}{\partial x}=0,\frac{\partial z}{\partial y}=0$，得驻点（1，-1），

而$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=-2,\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=-2,\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0$， 故$\Delta=0-(-2)\bullet(-2)=-4<0$， 因此（1， −1）是函数的极值点。

10. 【答案】A

【解析】$2a+a+3a+4a=10a=1\Rightarrow a=0.1$

11. 【答案】3

【解析】由题可知$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{3x}=1$， 故$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=3\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{3x}=3$

12. 【答案】2

【解析】$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2e^{2x}}{1}=2.$

13. 【答案】$\frac{3\sqrt{2}}{4}$

【解析】$f'(x)=\frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}}$， 因此$f'(1)=\frac{1+2\times 1}{2\sqrt{1+1}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

14. 【答案】$2x$

【解析】由题意可知$\int f(x)dx=x^2+C$， 故$f(x)=(\int f(x)dx)'=(x^2+C)'=2x$

15. 【答案】$\cot xdx$

【解析】$dy=d(\ln\sin x)=\frac{\cos x}{\sin x}dx=\cot xdx$

16. 【答案】$-\frac{1}{x}+C$

【解析】$\int\frac{1}{x^2}dx=\frac{1}{-2+1}x^{-2+1}+C=-\frac{1}{x}+C$

17. 【答案】$2\sin\sqrt{x}+C$

【解析】$\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=2\int\cos\sqrt{x}\bullet\frac{1}{2\sqrt{x}}dx=2\int\cos\sqrt{x}d\sqrt{x}=2\sin\sqrt{x}+C.$

18. 【答案】4

【解析】$\int_{-1}^{1}(x\cos^2 x+2)dx=\int_{-1}^{1}x\cos^2 xdx+2x\Big|_{-1}^{1}=0+4=4.$

19.【答案】$-\dfrac{e^y}{x^2}$

【解析】$\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{e^y}{x^2},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-\dfrac{e^y}{x^2}.$

20.【答案】$\cos x\ln ydx=\sin x\dfrac{1}{y}dy$

【解析】$dz=d(\sin x\cdot\ln y)=\ln yd(\sin x)+\sin xd(\ln y)=\cos x\ln ydx+\dfrac{\sin x}{y}dy.$

21.【答案】

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x}{2x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{2+\frac{1}{x^2}}=\frac{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}}{2+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{2}$$

22.【答案】

$$f'(x)\frac{1+x^2-x\bullet 2x}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}.$$

23.【答案】

令 $x=\sin t.-\dfrac{\pi}{2}<t<\dfrac{\pi}{2}$, 则有 $dx=\cos tdt$

$$\int\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}dx=\int\frac{1}{\sqrt{\left(1-\sin^2 t\right)^3}}\bullet\cos tdt=\int\frac{1}{\cos^2 t}dt=\tan t+C$$

而 $t=\arcsin x$, 故有 $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}dx=\tan t+C=\tan(\arcsin x)+C$

24.【答案】

$$\int_e^{+\infty}\frac{1}{x\ln^3 x}dx=\int_e^{+\infty}\frac{1}{\ln^3 x}d(\ln x)=-\frac{1}{2(\ln x)^2}\Bigg|_e^{+\infty}=\frac{1}{2}$$

25.【答案】

A 为所取的 2 个乒乓球颜色不同，即 A 表示所取的 2 个球中 1 个球是

橙色，一个球是白色，故 $P(A)=\dfrac{C_7^1 \bullet C_3^1}{C_{10}^2}=\dfrac{7}{15}$.

26.【答案】

易知 $f'(x)=3a^2+2bx+c, f''(x)=6ax+2b$, 由于 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极值. 则

$f'(2)=12a+4b+c=0$, 点（1，−1）是 $y=f(x)$ 的拐点. 故有 $f(1)=-1, f''(1)=0$.

即 $\begin{cases} a+b+c=-1, \\ 6a+2b=0, \end{cases}$ 解得 $a=\dfrac{1}{2}, b=-\dfrac{3}{2}, c=0$.

27.【答案】

$$\int_0^1 f'(x)dx = \int_0^1 x^2 df(x) = x^2 f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)$$
$$= f(1) - 2\int_0^1 xf(x)dx = 0 - 2\times 4 = -8$$

28.【答案】因为 $z=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

所以 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{1}{x^2}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{1}{y^2}$

故 $x^2\dfrac{\partial z}{\partial x}+y^2\dfrac{\partial z}{\partial y}=x^2\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)+y^2\cdot\dfrac{1}{y^2}=-1+1=0$