

2018 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（二）

第 I 卷（选择题，40 分）

一、选择题(1~10 小题。每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = (\quad)$

- A. e B. 2 C. 1 D. 0

2. 若 $y=1+\cos x$ ，则 $dy=(\quad)$

- A. $(1+\sin x)dx$ B. $(1-\sin x)dx$ C. $\sin x dx$ D. $-\sin x dx$

3. 若函数 $f(x)=5^x$ ，则 $f'(x)= (\quad)$

- A. 5^{x-1} B. $x5^{x-1}$ C. $5^x \ln 5$ D. 5^x

4. 曲线 $y=x^3+2x$ 在点 $(1,3)$ 处的法线方程是 (\quad)

- A. $5x+y-8=0$ B. $5x-y-2=0$ C. $5x+y-16=0$ D. $x-5y+14=0$

5. $\int \frac{1}{2-x} dx = (\quad)$

- A. $\ln|2-x|+C$ B. $-\ln|2-x|+C$ C. $-\frac{1}{(2-x)^2}+C$ D. $\frac{1}{(2-x)^2}+C$

6. $\int f'(2x) dx = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}f(2x)+C$ B. $f(2x)+C$ C. $2f(2x)+C$ D. $\frac{1}{2}f(x)+C$

7. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数，则 $\int_{-1}^1 f(x) dx = (\quad)$

- A. 0 B. 2 C. $2f(-1)$ D. $2f(1)$

8. 若二元函数 $z=x^2y+3x+2y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$

- A. $2xy+3+2y$ B. $xy+3+2y$ C. $2xy+3$ D. $xy+3$

9. 设区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}$ ，则 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体

的体积为 ()

- A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

10. 设 A、B 为两个随机事件，且相互独立， $P(A)=0.6$ ， $P(B)=0.4$ ，则

$P(A-B)=$ ()

- A. 0.24 B. 0.36 C. 0.4 D. 0.6

第 II 卷 (非选择题, 110 分)

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。将答案填写在答题卡相应题号后。

11. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$ 的拐点为 _____

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} =$ _____

13. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) =$ _____

14. 若 $y = e^{2x}$, 则 $dy =$ _____

15. 设 $f(x) = x^{2x}$, 则 $f'(x) =$ _____

16. $\int (2x+3)dx =$ _____

17. $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2)dx =$ _____

18. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$ _____

19. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$ _____

20. 若二元函数 $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____

三、解答题: 21~28 题, 共 70 分。解答应写出推理、演算步骤, 并将其写在答题卡相应题号后

21. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3 \sin x, & x < 0 \\ x, & x = 0 \\ 3x + a, & x > 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处连续, 求 a

22. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{(x^2 - 1)}$

23. 设函数 $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$, 求 $f''(0)$

24. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$

25. 求 $\int x \cos x dx$

26. 求曲线 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ 的极值

27. 盒子中有 5 个产品，其中恰有 3 个合格品，从盒子中任取 2 个，记 X 为取出的合格品个数，求

(1) X 的概率分布

(2) $E(X)$

28. 求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最值

2018年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（二）试题答案解析

1. 【答案】D

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0$

2. 【答案】D

【解析】 $y' = -\sin x, dy = -\sin x dx$

3. 【答案】C

【解析】 $f(x) = 5^x$, 则 $f'(x) = 5^x \ln 5$

4. 【答案】C

【解析】 $y' = 3x^2 + 2, y'|_{x=1} = 5$, 则法线斜率 $k = -\frac{1}{5}$, 则法线方程为 $y - 3 = -\frac{1}{5}(x - 1)$,

即 $x + 5y - 16 = 0$

5. 【答案】B

【解析】 $\int \frac{1}{2-x} dx = -\int \frac{1}{2-x} d(2-x) = -\ln|2-x| + C$

6. 【答案】A

【解析】 $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C$

7. 【答案】A

【解析】因为 $f(x)$ 是连续的奇函数, 故 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

8. 【答案】C

【解析】 $z = x^2 y + 3x + 2y$, 故 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$

9. 【答案】A

【解析】 $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$

10. 【答案】 B

【解析】 因 A, B 相互独立, 故

$$P(A-B) = P(A) - P(AB) = P(A) - P(A)P(B) = 0.6 - 0.6 \times 0.4 = 0.36$$

11. 【答案】 (2, -6)

【解析】 $y' = 3x^2 - 12x + 3, y'' = 6x - 12$, 令 $y'' = 0$, 则 $x = 2$, 此时 $y = -6$, 故拐点为 (2, -6)

12. 【答案】 e^{-3}

$$\text{【解析】 } \lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1+(-3x)]^{\frac{1}{-3e}(-3)} = e^{-3}$$

13. 【答案】 $\frac{x^2}{1+x^2}$

$$\text{【解析】 } f(x) = x - \arctan x, \text{ 则 } f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$$

14. 【答案】 $2e^{2x} dx$

$$\text{【解析】 } y = e^{2x}, y' = 2e^{2x}, \text{ 则 } dy = 2e^{2x} dx$$

15. 【答案】 $2x^{2x}(\ln x + 1)$

【解析】 $y = x^{2x}$, 两边取对数得 $\ln y = 2x \ln x$, 两边同时对 x 求导得

$$\frac{y'}{y} = 2 \ln x + 2, \text{ 故 } y' = y(2 \ln x + 2) = 2x^{2x}(\ln x + 1)$$

16. 【答案】 $x^2 + 3x + C$

$$\text{【解析】 } \int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$$

17. 【答案】 $\frac{2}{3}$

$$\text{【解析】 } \int_{-1}^1 (x^5 + x^2)dx = \left(\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$$

18. 【答案】 2

【解析】 $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos x \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2$

19. 【答案】 1

【解析】 $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1$

20. 【答案】 $4xy$

【解析】 $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy$

21. 【答案】 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3$,

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$

且 $f(0) = a$

因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续

所以 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

$a = 3$

22. 【答案】 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1}$$

$$= \frac{5}{2}$$

23. 【答案】 $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$

$$f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2},$$

$$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2}$$

故 $f''(0) = -\frac{9}{4}$

24. 【答案】
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(3x)^2}{x^2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

25. 【答案】
$$\int x \cos x dx = \int x d \sin x$$

$$= x \sin x - \int \sin x dx$$

$$= x \sin x + \cos x + C$$

26. 【答案】 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5,$

则 $f'(x) = x^2 - x$, 令 $f'(x) = 0$, 则 $x_1 = 0, x_2 = 1$

当 $x < 0$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 此时 $f(x)$ 为单调增加函数;

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 此时 $f(x)$ 为单调减少函数

故当 $x=0$ 时, $f(x)$ 取极大值, 极大值 $f(0) = 5$

当 $x=1$ 时, $f(x)$ 取极小值, 极小值 $f(1) = \frac{29}{6}$

27. 【答案】

(1) X 可能的取值为 0, 1, 2

$$P(X=0) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10} \quad P(X=1) = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5} \quad P(X=2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$$

则 X 的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

(2) $E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5}$

28. 【答案】 作拉格朗日函数 $L(x, y, \lambda) = x^3 + y^3 + \lambda(x^2 + 2y^2 - 1)$

$$\text{令} \begin{cases} L'_x = 3x^2 + 2\lambda x = 0 \\ L'_y = 3y^2 + 4\lambda y = 0 \\ L'_\lambda = x^2 + 2y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

解得驻点 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ 和 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

$$\text{且 } f\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}, \quad f\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

故函数 $f(x, y)$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最小值为 $-\frac{1}{3}$ ，最大值为 $\frac{1}{3}$